

Operazioni fra vettori (scomposizione cartesiana):

Determinare le componenti del vettore \overrightarrow{AB} sugli assi coordinati, nei seguenti casi:

- a) $A(0, 0)$, $B(-4, 3)$; b) $A(2, -3)$, $B(2, 5)$; c) $A(2, 0)$, $B(0, 3)$.

Calcolare la componente del vettore \underline{u} sull'asse x , se l'angolo tra la direzione positiva dell'asse x e la direzione del vettore è uguale ad α :

- a) $u = 6$, $\alpha = 120^\circ$; b) $u = 1$, $\alpha = 45^\circ$; c) $u = 5$, $\alpha = 180^\circ$; d) $u = 3$, $\alpha = 90^\circ$.

$$\left[a) -3; b) \frac{\sqrt{2}}{2}; c) -5; d) 0 \right]$$

Calcolare il modulo del vettore \underline{u} , sapendo che u_x è la sua componente sull'asse x e l'angolo tra l'asse x e \underline{u} è α :

- a) $u_x = -5$, $\alpha = 120^\circ$; b) $u_x = -3$, $\alpha = 180^\circ$; c) $u_x = 0$, $\alpha = 90^\circ$. [a) 10; b) 3; c) 0]

Determinare il secondo estremo B del vettore $\underline{u} = B - A$, conoscendo le coordinate di A e le componenti di \underline{u} :

- a) $\underline{u}(3, 1)$, $A(2, 0)$; b) $\underline{u}(-3, 2)$, $A(1, 2)$; c) $\underline{u}(-4, -5)$, $A(-2, 6)$.
[a) $(5, 1)$; b) $(-2, 4)$; c) $(-6, 1)$]

In un sistema di riferimento Oij siano dati i vettori: $\underline{u} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ e $\underline{v} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Determinare le componenti sugli assi coordinati dei seguenti vettori:

- a) $\underline{u} + \underline{v}$; b) $\underline{u} - \underline{v}$; c) $2\underline{u}$; d) $-\frac{1}{4}\underline{v}$; e) $3\underline{u} + 2\underline{v}$.

$$\left[a) 1, -1; b) 5, -3; c) \dots; d) \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}; e) 5, -1 \right]$$

In un sistema di riferimento Oij , scrivere l'espressione cartesiana del vettore $\underline{u} = B - A$ nei seguenti casi:

- a) $A(2, 0)$, $B(1, 0)$; b) $A(-1, -2)$, $B(-1, 8)$; c) $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$;
d) $A(1, -1)$, $B(-2, 3)$; e) $A(0, 0)$, $B(-3, 4)$; f) $A(0, 2)$, $B(-3, 0)$.

Calcolare il modulo dei vettori:

$$\underline{u} = \mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}; \quad \underline{u} = 5\mathbf{i} + 12\mathbf{j}; \quad \underline{u} = -5\mathbf{i} - 12\mathbf{j}; \quad \underline{u} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}.$$

Determinare i moduli dei seguenti vettori:

- a) $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$; b) $\mathbf{i} + \mathbf{j}$; c) $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$; d) $2\mathbf{i} - \mathbf{j}$; e) $3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$;
f) $6\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$; g) $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$; h) $7\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$; i) $8\mathbf{i} - 15\mathbf{j}$; l) $-\mathbf{i} - \mathbf{j}$;
m) $-2\mathbf{i} + \mathbf{j}$; n) $\sqrt{5}\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$; o) $\sqrt{3}\mathbf{i} + \sqrt{2}\mathbf{j}$; p) $\sqrt{2}\mathbf{i} + \sqrt{7}\mathbf{j}$; q) $\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$.

Dati i punti $A(2, 6)$ e $B(0, 2)$, costruire il vettore $B - A$, e valutare le sue componenti sull'asse x e y e la sua intensità. $[-2; -4; 2\sqrt{5}]$

Al punto $A(2, 5)$ è applicata una forza le cui proiezioni sugli assi coordinati sono $X = 3$ e $Y = 3$. Determinare l'estremo B del vettore $B - A$ rappresentante la forza e l'intensità della forza. $[B(5, 8); 3\sqrt{2}]$

Al punto $A(-3, -2)$ è applicata una forza la cui proiezione $Y = -1$, e la cui proiezione X è positiva. Determinare l'estremo B del vettore $B - A$ rappresentante la forza la cui intensità è $5\sqrt{2}$. $[B(4, -3)]$

Prodotto scalare fra vettori:

Determinare i seguenti prodotti scalari tra vettori:

- a) $(\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \cdot (-3\mathbf{i})$; b) $(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j})$;
c) $(3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) \cdot (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$; d) $[(\sqrt{2} - 1)\mathbf{i} + \mathbf{j}] \cdot [(\sqrt{2} + 1)\mathbf{i} - 3\mathbf{j}]$;
e) $(\sqrt{2}\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot (2\sqrt{2}\mathbf{i} - \sqrt{3}\mathbf{j})$; f) $\left(\sqrt{3}\mathbf{i} - \frac{3}{2}\mathbf{j}\right) \cdot \left(\sqrt{6}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j}\right)$;