Integrali doppi: tanto per cominciare.

Pierluigi Vellucci.

5 giugno 2013

Esempio 1.

$$\int\int_D \frac{y}{x}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|1\le x\le 2,\ 0\le y\le \ln x\} \tag{1}$$
$$[Soluzione: \tfrac{1}{6}\ln^3 2]$$

Esempio 2.

$$\int\int_D x\cos y dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|0\le y\le \pi/2,\ 0\le x\le \sin y\} \tag{2}$$
$$[Soluzione: \tfrac{1}{6}]$$

Esempio 3.

$$\int\int_D \frac{1}{2-3x^2}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|0\le x\le 1,\ 0\le y\le x\} \tag{3}$$
$$[Soluzione: \tfrac{1}{6}\ln 2]$$

Esempio 4.

$$\int\int_D \frac{1}{4+3e^y}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|-1\le y\le 0,\ 0\le x\le 2e^y\} \tag{4}$$
$$[Soluzione: \tfrac{2}{3}\ln\left(\frac{7}{4+\frac{3}{e}}\right)]$$

Esempio 5.

$$-\int\int_D \frac{1}{y^2}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|0\le x\le 1,\ x+1\le y\le x+2\} \tag{5}$$
$$[Soluzione: \ln\tfrac{3}{4}]$$

Esempio 6.

$$\int\int_D \frac{1}{y(y^2+4y+5)}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|-2\le y\le -1,\ 0\le x\le y\} \tag{6}$$
$$[Soluzione: \tfrac{\pi}{4}]$$

Esempio 7.

(7)
$$\int\int_D \frac{1}{\arcsin x}dxdy, \quad D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|\sqrt{2}/2\le x\le 1,\ \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\le y\le \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}\right\}$$
$$[Soluzione: \ln 2]$$

Esempio 8.

(8)
$$3\int\int_D \frac{y^2}{\cos^2 x}dxdy, \quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|0\le x\le \pi/4,\ \cos x\le y\le \tan x\}$$
$$[Soluzione: \tfrac{1}{4}-\tfrac{\sqrt{2}}{2}]$$

Esempio 9.

$$\int\int_D \sin y^2 dxdy, \quad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | \sqrt{\tfrac{\pi}{2}} \leq y \leq \sqrt{\pi},\ 0 \leq x \leq y\right\} \tag{9}$$

$[Soluzione: \frac{1}{2}]$

Esempio 10.

(10)

$$\int\int_D 2x\ln(y+1) dxdy, \quad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq y \leq 1,\ 1 \leq x \leq \sqrt{3}y\right\}$$

$[Soluzione: \frac{1}{6}]$

Nota

Gli esercizi contenuti in queste due pagine sono consigliati per gli studenti che hanno iniziato da poco ad esercitarsi con il calcolo degli integrali in due variabili. Le soluzioni potrebbero contenere degli errori, pertanto vi invito a scrivermi in caso di risultati discordanti: pierluigi.vellucci@gmail.com.