Aldo Ghizzetti - Francesco Rosati
Ordinari nell'Università di Roma «La Sapienza»

Complementi ed esercizi di analisi matematica

Volume I

editoriale Veschi
MILANO 1990

$$\sqrt{\rho}\left(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right) = 2 + i\sqrt{3};$$

e l'altra e' $-2-i\sqrt{3}$.

12.21 - *Dare la formula generale per il calcolo delle radici quadrate di un numero complesso* $a+ib$.

Nel caso $b = 0$ le radici sono $\pm\sqrt{a}$ se $a > 0$, $\pm i\sqrt{-a}$ se $a < 0$. Supponiamo ora $b \neq 0$. Il numero $a+ib$ ha modulo $\rho = \sqrt{a^2+b^2}$ ed un certo argomento φ definito dalle $\cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ e per il quale si puo' assumere un valore compreso fra $-\pi$ e π. Se $b > 0$, si ha $0 < \varphi < \pi$ e l'angolo $\varphi/2$ appartiene al primo quadrante; risulta percio'

$$\cos\frac{\varphi}{2} = +\sqrt{\frac{1 + \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{2}} = +\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2\sqrt{a^2+b^2}}},$$

$$\sin\frac{\varphi}{2} = +\sqrt{\frac{1 - \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{2}} = +\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2\sqrt{a^2+b^2}}}.$$

Invece se $b < 0$, si ha $-\pi < \varphi < 0$ e l'angolo $\varphi/2$ appartiene al quarto quadrante; ne viene di conseguenza

$$\cos\frac{\varphi}{2} = +\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2\sqrt{a^2+b^2}}}, \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = -\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2\sqrt{a^2+b^2}}}.$$

Una delle due radici e' percio' data da

$$\sqrt{\rho}\left(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2+b^2}+a\right)} \pm i\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2+b^2}-a\right)},$$

(col segno + se $b > 0$; col segno - se $b < 0$).

L'altra radice si ottiene dalla precedente cambiandola di segno.