Esercitazione Dicembre 2014

Polinomio di Taylor, Integrali, ODE

1. Calcolare i seguenti limiti:

   (a) $\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{x^2}+x^3\sin x}{x^2}$

   (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^4(\sin x^2-\sin^2 x)}{1-\cos x^4}$

   (c) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-\sin^2 x}{x^3(e^x-\cos x)}$

   (d) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x\ln(1+x)\cos x-\sin x}{\sin x\tan x}$

   (e) $\lim_{x\to 0} \frac{3x\cos(2x)+6\ln(1+x^3)}{x^2}$

   (f) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1+\sin x\cos x-\cos x-\sin x}{(x-\pi/2)^2}$

   (g) $\lim_{x\to 0} \frac{x\arcsin x - x^2}{\sqrt{1+x^4}-\cos x^2}$

   (h) $\lim_{x\to 0} \frac{x^5e^{x^3}-\ln(1+x^5)}{\left(\sqrt{1+x^4}-1\right)^2}$

2. Calcolare i seguenti integrali

   (a) $\int \frac{1}{1+x}dx$

   (b) $\int \frac{1}{1+9x^2}dx$

   (c) $\int \frac{\arctan x}{-x^2-1}dx$

   (d) $\int 5x\cos(x^2+6)dx$

   (e) $\int \frac{2x}{x+5}dx$

   (f) $\int \frac{dx}{x^3+x^2+3x+3}$

   (g) $\int \frac{2x}{x^2+5}dx$

   (h) $\int \frac{15}{4x^2+12x+3}dx$

   (i) $\int \frac{9x+8}{(x^2+1)(x+2)}$

   (j) $\int \frac{x+2}{x^3-1}dx$

   (k) $\int \frac{x^2+2}{(x-1)^3}dx$

   (l) $\int \sqrt{2x^2-5}dx$

3. Calcolare per parti i seguenti integrali:

   (a) $\int x\log x\,dx$

   (b) $\int xe^{-2x}dx$

   (c) $\int 5x\arctan x dx$

   (d) $\int e^x\sin x dx$

4. Trovare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy

   (a) $\begin{cases} \dot{x} = \pi x \\ x(0) = 2 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} \dot{x} = x^2+4 \\ x(0) = 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} \dot{x} = t^2 x^2 \\ x(0) = 3 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} \dot{x} = e^{x+t} \\ x(0) = 0 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} \dot{x} = e^{x^3+t^2} \arctan x \\ x(0) = 0 \end{cases}$