

Esercitazione 14 Novembre 2014

Serie, Studio di funzione

1. Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n+1} & \text{(f)} \sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n \log n} + \sin \left(n\pi + \frac{1}{n} \right) \right) \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n^3 - 5 \sin n}{4n^5 + \log n} & \text{(g)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\binom{3n}{n}} \\ \text{(c)} \sum_{n=1}^{+\infty} \tan \left(\frac{n}{n^3 + 1} \right) & \text{(h)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n(\log(e^4 + 1/n))^n}{5^n + 3} \\ \text{(d)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!} & \text{(i)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi) \cos n}{n \log^2 n} \\ \text{(e)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{3n^2 + 2\sqrt{n}} & \end{array}$$

2. (a) Calcolare il valore della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

(b) Mostrare che $0, \bar{9} = 1$ utilizzando la serie geometrica

3. Studiare il carattere delle seguenti serie

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!x^n}{n^n} \text{ al variare di } x \in \mathbb{R} & \\ \text{(b)} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{1 - \cos\left(\frac{1}{n^x}\right)}}{n+1} \text{ al variare di } x \in \mathbb{R}^+ & \end{array}$$

4. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni reali:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} e^{2x}x^7 & \text{(d)} \ln \left(\left| \frac{x+2}{3-x} \right| \right) & \text{(f)} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \\ \text{(b)} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^5 + 1} & \text{(e)} \cos x^{2e-x} & \text{(g)} \frac{1}{\ln x} \\ \text{(c)} \arcsin(x - \sin x) & & \end{array}$$

5. Trovare l'equazione della retta tangente le seguenti funzioni nei punti indicati:

(a) $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}$

(b) $g(x) = 3x^2 + 2x + 1, \quad x_0 = 2$

(c) $h(x) = \cos \log x, \quad x_0 = e^{\pi/2}$

6. (Esonero 13/06/2013) Studiare la continuità e la derivabilità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3 - |x + 1| & x \leq 2 \\ (2 - x)^{3/5} \log(x - 2) & x > 2 \end{cases}$$

7. Studiare il grafico delle seguenti funzioni

(a) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ (b) $g(x) = \log(x^2 + x)$ (c) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 1}}$