

Appello del

8 Gennaio 2013

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\iint_D x \sin(x^2 + y^2 - 2y + 1)^{3/2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 + y^2 - 2y \leq \pi^{2/3} - 1, |y - 1| \leq x\}$.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1 + \sin \frac{1}{(n+2)^2} \right]^{\frac{1}{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right)}}.$$

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 2e^{\alpha^2 x}.$$

4. Si consideri la funzione $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log \left| \log^2(2x+1) - 3 \log(2x+1) \right|.$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

$$(A) \sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n \text{ converge;} \quad (B) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2} \text{ converge;}$$

$$(C) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2} \text{ non converge assolutamente;} \quad (D) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2} \text{ diverge.}$$

