ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2014**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left[\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)^n\right].$$

---

2. Calcolare

$$\int_{-5}^{20} \sqrt{x+5}\, \mathrm{e}^{\sqrt{x+5}}\, dx\,.$$

---

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{y_n^2(x)-2}{\log\left(1+\frac{x}{n+1}\right)}\,,$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n(x)y_n'(x) = \dfrac{y_n^2(x)+1}{x^2+n}\,, \\ y_n(0) = \sqrt{2}\,. \end{cases}$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al quinto ordine della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{2}\right)\sin^2(x-2)$$

in $x = 2$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = 1+6x^2+o(x^2)$ per $x \to 0$. Stabilire se la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2}\displaystyle\int_0^x \left[f(\sqrt{t})-1\right] dt & \text{per } x > 0; \\ 3 & \text{per } x \le 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2014**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare la convergenza, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left[1 + \left(\frac{4x^2}{x^4+4}\right)^n\right].$$

---

2. Calcolare

$$\int_{-1}^{3} \sqrt{x+1}\ \sin(\sqrt{x+1})\, dx\,.$$

---

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{y_n(x)+1}{\sin^2\left(\sqrt{\frac{x}{2n+1}}\right)}\,,$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \mathrm{e}^{y_n(x)+1} y_n'(x) - \dfrac{1}{x^2+n} = 0\,, \\ y_n(0) = -1\,. \end{cases}$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al settimo ordine della funzione

$$f(x) = (\mathrm{e}^x - \mathrm{e})\,\{\cos[2(x-1)] - 1\}^2$$

in $x = 1$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = -2 + x^{2/3} + o(x^{2/3})$ per $x \to 0$. Stabilire se la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^3} \displaystyle\int_0^x \left[2 + f(t^3)\right] dt & \text{per } x < 0; \\ 1/3 & \text{per } x \geq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2014**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare la convergenza, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left[1 + \left(\frac{2x^2}{x^4+1}\right)^n\right].$$

---

2. Calcolare

$$\int_{-1/2}^{4} \sqrt{2x+1}\ \sin(\sqrt{2x+1})\, dx\,.$$

---

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{y_n(x)-2}{\sin^2\left(\sqrt{\frac{2x}{n^2+1}}\right)}\,,$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \mathrm{e}^{y_n(x)-2} y_n'(x) - \dfrac{1}{x^2+n^2} = 0\,, \\ y_n(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al settimo ordine della funzione

$$f(x) = (\mathrm{e}^{x-3} - \mathrm{e})\left[\cosh(x-4) - 1\right]^2$$

in $x = 4$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = -2 + x^{2/3} + o(x^{2/3})$ per $x \to 0$. Stabilire se la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^3}\displaystyle\int_0^x \left[2 + f(t^3)\right] dt & \text{per } x < 0; \\ 1/3 & \text{per } x \geq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2014**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left[\left(\frac{4x}{x^2+4}\right)^n\right].$$

---

2. Calcolare

$$\int_{-3}^{5} \sqrt{2x+6}\; \mathrm{e}^{\sqrt{2x+6}}\, dx\,.$$

---

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{y_n^2(x)-4}{\log\left(1+\frac{x}{2n^2+1}\right)}\,,$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y_n(x)y_n'(x) = \dfrac{y_n^2(x)+2}{x^2+n^2}\,, \\ y_n(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al quinto ordine della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{3}\right)\sinh^2(x-3)$$

in $x = 3$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = 1+6x^2+o(x^2)$ per $x \to 0$. Stabilire se la funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2}\displaystyle\int_0^x \left[f(\sqrt{t})-1\right] dt & \text{per } x>0; \\ 3 & \text{per } x \le 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.