ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2014**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ dell'equazione

$$\mathrm{Re}(3z - 2i) + z^2 = \mathrm{Arg}(z)\,,$$

dove $\mathrm{Arg}(z) \in [-\pi, \pi)$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\log\left(1 + \sin\frac{1}{n^2}\right) - \frac{1}{n^{\alpha^2}}\right]}{2n^3 - 3\log(1+n)}\, n^{\alpha}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{N}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) - 5y(x) = \mathrm{e}^{kx}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y_k(x)$ tali che la funzione $x \mapsto y_k(x)\mathrm{e}^{(1-\sqrt{6})x}$ sia limitata per $x \to +\infty$.

---

4. Stabilire se

$$\int_1^{+\infty} \left[\sin\left(\frac{1}{x(x+1)}\right) - \frac{1}{x^2}\right] x^2\, dx$$

esiste finito.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi tali che

$$\left(\frac{1+a_n}{1+b_n}\right)^n \to 1.$$

Dimostrare che $a_n - b_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2014**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ dell'equazione

$$i\mathrm{Im}(2-4z) + iz^2 = i\mathrm{Arg}(z)\,,$$

dove $\mathrm{Arg}(z) \in [-\pi, \pi)$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[2n - \log(1+n^4)\right]}{n^{-2\alpha^2} - \sinh\left[\log\left(1+\frac{1}{n^3}\right)\right]}\, n^{-\alpha}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{N}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y'(x) - 6y(x) = \mathrm{e}^{-kx}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y_k(x)$ tali che la funzione $x \mapsto y_k(x)\mathrm{e}^{(-2+\sqrt{10})x}$ sia limitata per $x \to -\infty$.

---

4. Stabilire se

$$\int_0^1 \left[\tan\left(x(x+1)\right) - x\right] \frac{1}{x^{7/2}}\, dx$$

esiste finito.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinite di numeri reali positivi tali che $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ è una successione regolare. Dimostrare che, se

$$\left(1 + \frac{a_n}{b_n}\right)^{n^2} \to 1\,,$$

allora $\frac{a_n}{b_n} = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2014**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ dell'equazione

$$i\mathrm{Im}(5z-1) - iz^2 = i\mathrm{Arg}(z)\,,$$

dove $\mathrm{Arg}(z) \in (-\pi, \pi]$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[5n^2 - 2\log(1+n^3)\right]}{n^{-2\alpha^2} - \log\left(1+\sinh\frac{1}{n^3}\right)} n^{-\alpha}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{N}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y'(x) - 8y(x) = \mathrm{e}^{-kx}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y_k(x)$ tali che la funzione $x \mapsto y_k(x)\mathrm{e}^{(-2+\sqrt{12})x}$ sia limitata per $x \to -\infty$.

---

4. Stabilire se

$$\int_0^1 [3x^2 - \tan\left(3x^2(x+1)\right)] \frac{1}{x^{13/2}}\, dx$$

esiste finito.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinite di numeri reali positivi tali che $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ è una successione regolare. Dimostrare che, se

$$\left(1+\frac{a_n}{b_n}\right)^{n^2} \to 1\,,$$

allora $\frac{a_n}{b_n} = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2014**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ dell'equazione

$$\operatorname{Re}(4i - 2z) - z^2 = \operatorname{Arg}(z)\,,$$

dove $\operatorname{Arg}(z) \in (-\pi, \pi]$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\sin\left[\log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)\right] - \frac{1}{n^{\alpha^2}}\right]}{3n^4 - \log(1+n^2)}\, n^{2\alpha}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $k \in \mathbb{N}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) - 7y(x) = \mathrm{e}^{kx}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y_k(x)$ tali che la funzione $x \mapsto y_k(x)\mathrm{e}^{(1-\sqrt{8})x}$ sia limitata per $x \to +\infty$.

---

4. Stabilire se

$$\int_1^{+\infty} \left[\frac{2}{x^4} - \sin\left(\frac{2}{[x(x+1)]^2}\right)\right] x^4\, dx$$

esiste finito.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi tali che

$$\left(\frac{1+a_n}{1+b_n}\right)^n \to 1.$$

Dimostrare che $a_n - b_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$.