ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2014**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f : [2, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1 + x^2/9) \arctan \left[3 \log\left(1 + (x-3)^2\right)\right]}{(x-3)} & \text{se } 2 \le x < 3, \\ \sin\left[(\log 8)(x-3)\right] & \text{se } x \ge 3, \end{cases}$$

nel punto $x_0 = 3$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} [n^{1/4} - \log(n^{10})]^{4\alpha} \left(\mathrm{e}^{\frac{n}{n^2+1}} - 1 - \frac{1}{2n+1} \right) .$$

---

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \dfrac{[y^2(x) + 2]x}{\sqrt{2 - x^2}} = 0\,, \\ y(0) = \sqrt{2}\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\int_0^{\pi/12} \frac{\tan(3x)}{1 + \tan^2(6x)}\, dx\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} \left[t f(t) - t\mathrm{e}^{-t}\right] dt\,.$$

Assumendo che F sia monotona crescente

(i) stabilire quale condizione deve soddisfare la funzione integranda f ;

(ii) verificare che f è infinitesima per $x \to -\infty$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2014**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left[\frac{\pi}{2}(x-2)\right] & \text{se } 1 \le x \le 2, \\ \dfrac{\sin\left[\frac{\pi}{2}(3-x)\right] \log\left[1 + \pi \arctan^2(x-2)\right]}{2(x-2)} & \text{se } x > 2, \end{cases}$$

nel punto $x_0 = 2$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(\frac{4}{2n^2+3} + 1 - \mathrm{e}^{\frac{n+1}{n^3+2}}\right)}{[n^3 + (\log n)^5]^{\alpha/6}} \,.$$

---

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \dfrac{[y^2(x)+4]2x}{\sqrt{x^2-4}} = 0\,, \\ y(\sqrt{5}) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\int_0^{\pi/24} \frac{\tan(6x)}{1+\tan^2(3x)}\, dx\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} \left[t\mathrm{e}^t - tf(t)\right] dt\,.$$

Assumendo che F sia monotona decrescente

(i) stabilire quale condizione deve soddisfare la funzione integranda f ;

(ii) verificare che f diverge a $+\infty$ per $x \to +\infty$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2014**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f:[3,+\infty)\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{4}\log\left[1+\pi(4-x)\right] & \text{se } 3\le x\le 4,\\ \dfrac{\sin\left[\frac{\pi}{2}(5-x)\right]\arctan^2\left[\log\left(1+\sqrt{\pi}(x-4)\right)\right]}{4(x-4)} & \text{se } x>4,\end{cases}$$

nel punto $x_0=4$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\left(\frac{2}{5n^2+4}+1-\mathrm{e}^{\frac{n}{2n^3+4}}\right)}{[n^{1/3}+(\log n)^4]^{9\alpha}}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)+\dfrac{\left[\frac{y^2(x)}{9}+1\right]2(x+1)}{\sqrt{(x+1)^2+9}}=0\,,\\ y(-1)=3\,.\end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\int_0^{\pi/16}\frac{\tan(4x)}{1+\tan^2(2x)}\,dx\,.$$

---

5. Sia $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x)=\int_0^{x^2}\left[t\mathrm{e}^t-tf(t)\right]dt\,.$$

Assumendo che F sia monotona decrescente

(i) stabilire quale condizione deve soddisfare la funzione integranda f ;

(ii) verificare che f diverge a $+\infty$ per $x\to+\infty$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2014**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+x^3)\sin\left[2\log\left(1+(x-1)^2\right)\right]}{(x-1)} & \text{se } 0 \le x < 1, \\ \arctan\left[(\log 4)(x-1)\right] & \text{se } x \ge 1, \end{cases}$$

nel punto $x_0 = 1$.

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} [n^2 - \log(n^7)]^\alpha \left(\mathrm{e}^{\frac{n+1}{n^2+2}} - 1 - \frac{3}{n+2} \right) .$$

---

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \dfrac{\left[\frac{y^2(x)}{3} + 1\right](x+1)}{\sqrt{(x+1)^2+1}} = 0\,, \\ y(-1) = \sqrt{3}\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\int_0^{\pi/8} \frac{\tan(2x)}{1+\tan^2(4x)}\, dx\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} \left[t f(t) - t\mathrm{e}^{-t} \right] dt\,.$$

Assumendo che F sia monotona crescente

(i) stabilire quale condizione deve soddisfare la funzione integranda f ;

(ii) verificare che f è infinitesima per $x \to -\infty$.