ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Giugno 2017**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$e^{\overline{z}/3} = 2i\,.$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6\sin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n+4}}\right) + \cosh\sqrt{\frac{2}{n+4}} - 1 - \frac{6}{\sqrt[3]{n+4}}}{\sqrt[3]{\log\left(1+\frac{1}{n^5}\right)}}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (x\arctan x)e^{2y(x)}\,, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

---

4. Verificare che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2)\log(1+|x|)}{x} + e^x & \text{se } x \neq 0, \\ 1 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile nell'origine. Determinare, inoltre, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $P = (0,1)$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ una funzione positiva tale che $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \to +\infty$. Stabilire, giustificando la risposta, se l'affermazione

$$\int_0^1 f\left(\frac{1}{y}\right)\,dy \quad \text{converge}$$

è corretta o fornire un controesempio nel caso in cui sia falsa.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Giugno 2017**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\mathrm{e}^{2z} = -3i\,.$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n+5}}\right) + \cos\sqrt{\frac{1}{3(n+5)}} - 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}}}{(\mathrm{e}^{1/\sqrt[3]{n}} - 1)^5}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = [x\arctan(x^2)]\mathrm{e}^{-y(x)/3}\,, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

---

4. Verificare che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(\mathrm{e}^{|x|} - 1)\log(1+x^2)}{x} + 2\sin x & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile nell'origine. Determinare, inoltre, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $P = (0,0)$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ una funzione positiva tale che $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \to +\infty$. Stabilire, giustificando la risposta, se l'affermazione

$$\int_0^1 f\left(\frac{1}{y}\right)\,dy \quad \text{converge}$$

è corretta o fornire un controesempio nel caso in cui sia falsa.