ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2017**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzione $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$16z^4 + 25 = 0\,.$$

Scrivere, poi, in forma algebrica (o cartesiana) i numeri $w_k = z_k[\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)]$, dove z_k sono le soluzioni precedentemente trovate.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3\log(1+2n) - 2\log[(2n)^\alpha]}{\log n - \log(n+2)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - y(x)\dfrac{1+3x^2}{x+x^3} = 2x\arctan x, \\ y(1) = \dfrac{\pi^2}{8} + 1. \end{cases}$$

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{\log(1+2x^2) - 2\sin(x^2) + 2x^4 - 3x^6}{x^3}\,.$$

5.
i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.
ii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, verificare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^{e^{x^2}} [f(t)]^2\,dt$$

è convessa su $\mathbb{R}$, sapendo che f è strettamente decrescente in $(-\infty, 0)$, strettamente crescente in $(0, +\infty)$ ed è strettamente positiva nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2017**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzione $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$25z^4 - 16i = 0\,.$$

Scrivere, poi, in forma algebrica (o cartesiana) i numeri $w_k = z_k[\cos(\pi/8) + i\sin(\pi/8)]$, dove z_k sono le soluzioni precedentemente trovate.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(2n+3) - \log(2n)}{3\log[(4n)^\alpha] - 2\log(1+4n)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - y(x)\dfrac{2+9x^2}{2x+3x^3} = 12x^2\log(2+3x^2), \\ y(1) = 10 + 5(\log 5)^2. \end{cases}$$

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{x^5}{\cos\sqrt{6x} + \mathrm{e}^{3x} - 2 - 6x^2}\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, verificare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{\mathrm{e}^{x^4}} [f(t)]^3\,dt$$

è concava su $\mathbb{R}$, sapendo che f è strettamente crescente in $(-\infty, 0)$, strettamente decrescente in $(0, +\infty)$ ed è strettamente negativa nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2017**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzione $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$25z^4 + 16i = 0\,.$$

Scrivere, poi, in forma algebrica (o cartesiana) i numeri $w_k = z_k[\cos(\pi/8) + i\sin(\pi/8)]$, dove z_k sono le soluzioni precedentemente trovate.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(5n) - \log(5n+2)}{4\log[(3n)^\alpha] - 3\log(1+3n)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - y(x)\dfrac{3+6x^2}{3x+2x^3} = 8x^2\log(3+2x^2), \\ y(1) = 5 + 5(\log 5)^2. \end{cases}$$

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{x^5}{3\cos\sqrt{4x} + 2\mathrm{e}^{3x} - 5 - 11x^2}\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, verificare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{\mathrm{e}^{x^4}} [f(t)]^3\,dt$$

è concava su $\mathbb{R}$, sapendo che f è strettamente crescente in $(-\infty, 0)$, strettamente decrescente in $(0, +\infty)$ ed è strettamente negativa nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2017**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzione $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$16z^4 - 25 = 0\,.$$

Scrivere, poi, in forma algebrica (o cartesiana) i numeri $w_k = z_k[\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)]$, dove z_k sono le soluzioni precedentemente trovate.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2\log(1+3n) - 3\log[(3n)^\alpha]}{\log(n+4) - \log n}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - y(x)\dfrac{2x+4x^3}{x^2+x^4} = x^2\arctan x, \\ y(1) = \dfrac{\pi^2}{16} + 1. \end{cases}$$

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{3\log(1+x^2) - \sin(3x^2) + 3x^4/2 - 11x^6/2}{x^3}\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, verificare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^{e^{x^2}} [f(t)]^2\,dt$$

è convessa su $\mathbb{R}$, sapendo che f è strettamente decrescente in $(-\infty, 0)$, strettamente crescente in $(0, +\infty)$ ed è strettamente positiva nell'origine.