ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2017**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione

$$\frac{z}{z+3} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}+3i}, \quad z \in \mathbb{C}$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\exp\left(\frac{2}{n}+\frac{3}{n^2}\right) - 1 - \frac{\alpha^2-1}{n}}{\sin\frac{2}{n^2}} .$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni limitate per $x \to -\infty$ dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y(x) = 17\mathrm{e}^{2x}\cos x .$$

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha > 0$, se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left(\tanh\frac{1}{x^2}\right)^\alpha}{\arctan\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^{2/3}}+\frac{3}{x^5}}-1\right)}\,dt ,$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi fornendo, se possibile, esempi e controesempi.

ii) **Facoltativo:** Dimostrare che l'equazione $\cos x - 2\sin x + x = 1/2$ ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(0,\pi)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2017**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione

$$\frac{z}{1-z} = -\frac{\bar{z}}{\bar{z}+i}, \quad z \in \mathbb{C}$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{\alpha^2-2}{n} - \log\left(1+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}\right)}{\tan\frac{3}{n^2}}.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni limitate per $x \to +\infty$ dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y(x) = -17\mathrm{e}^{-2x}\sin x\,.$$

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha > 0$, se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan\left(\sqrt{1+\frac{4}{x^{5/3}}+\frac{3}{x^2}}-1\right)}{\left(\sinh\frac{1}{x^{2\alpha}}\right)^2}\,dt\,,$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi fornendo, se possibile, esempi e controesempi.

ii) **Facoltativo:** Dimostrare che l'equazione $\sin x - 2\cos x + 4|x| = 1$ ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2017**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione

$$\frac{z}{4-z} = \frac{\bar{z}}{4i-\bar{z}}, \quad z \in \mathbb{C}$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{\alpha^2-3}{n} - \log\left(1+\frac{4}{n}-\frac{3}{n^2}\right)}{\tan\frac{5}{n^2}}\,.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni limitate per $x \to +\infty$ dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 9y(x) = -37\mathrm{e}^{-3x}\sin x\,.$$

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha > 0$, se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan\left(\sqrt{1+\frac{3}{x^3}+\frac{1}{x^{9/2}}}-1\right)}{\left(\sinh\frac{1}{x^\alpha}\right)^3}\,dt\,,$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi fornendo, se possibile, esempi e controesempi.

ii) **Facoltativo:** Dimostrare che l'equazione $\sin x - 2\cos x + 4|x| = 1$ ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2017**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione

$$\frac{z}{z-2} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}+2i}, \quad z \in \mathbb{C}$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

---

2. Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\exp\left(\frac{3}{n} - \frac{2}{n^2}\right) - 1 - \frac{\alpha^2-3}{n}}{\sin\frac{4}{n^2}} .$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni limitate per $x \to -\infty$ dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 9y(x) = 37\mathrm{e}^{3x}\cos x .$$

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha > 0$, se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left(\tanh\frac{1}{x^3}\right)^{2\alpha}}{\arctan\left(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^{5/2}}} - 1\right)}\, dt ,$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi fornendo, se possibile, esempi e controesempi.

ii) **Facoltativo:** Dimostrare che l'equazione $\cos x - 2\sin x + x = 1/2$ ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(0,\pi)$.