

### Richiami di teoria

Sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$ : maggioranti, minoranti, insiemi limitati e non limitati, estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo.

### Esercizi svolti in aula

**Esercizio 1.** Determinare (se esistono) sup, inf, max e min dei seguenti insiemi:

- (i)  $X = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 3\};$
- (ii)  $X = \{x \in \mathbb{R} : x > -5\};$
- (iii)  $X = \{|x| : (x-2)(x+1) < 0\};$
- (iv)  $X = \left\{x \in \mathbb{R} : x - 2 < \sqrt{(1-x)^2}\right\};$
- (v)  $X = \left\{x \in \mathbb{R} : \begin{cases} \frac{x-\sqrt{|x^2-1|}}{x+3} < 0, \\ \sqrt{x^2-2x} + 3 > x. \end{cases}\right\};$
- (vi)  $X = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{|x+2|+|x-3|}{(2x^4+x^2-3)^{\frac{1}{8}}} > 0\right\};$
- (vii)  $X = \left\{\frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (viii)  $X = \left\{\frac{3n+2}{n} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (ix)  $X = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| > x - 1\};$
- (x)  $X = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 + 2} \leq x + 3\};$
- (xi)  $X = \left\{\frac{n^2-1}{n^2} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (xii)  $X = \left\{\frac{n^2-1}{n^2} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (xiii)  $X = \left\{n + \frac{2}{n} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (xiv)  $X = \left\{\frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\right\};$
- (xv)  $X = \left\{\frac{2n}{n^2+1} : n \in \mathbb{Z}\right\};$
- (xvi)  $X = \left\{(-1)^n \frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\};$

$$(xvii) \quad X = \left\{ \frac{1}{n} - n : n \in \mathbb{N} \right\};$$

$$(xviii) \quad X = \left\{ (-1)^n n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\};$$