

Sapienza Università di Roma
Ingegneria Meccanica
Analisi Matematica 1 – Esercitazioni
Dott. Ezio Di Costanzo

Richiami di teoria

Derivabilità di una funzione. Punti di continuità e di non derivabilità. Legame tra derivata destra (sinistra) e limite destro (sinistro) della derivata. Derivata di una funzione inversa. Monotonia.

Esercizi¹

Esercizio 1. Studiare, al variare dei parametri reali α e β , continuità e derivabilità in \mathbb{R} della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (e^x - 1)^{\sin^2 x} & x > 0, \\ \alpha(x+1)^2 + \beta x & x \leq 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{|1 - x^2|},$$

classificando in particolare gli eventuali suoi punti di continuità e non derivabilità.

Esercizio 3. Stabilire se

$$f(x) = x + \arctan x$$

è invertibile su tutto \mathbb{R} e in caso affermativo calcolare $\frac{df^{-1}}{dy}(y_0)$ con $y_0 = 0$.

Ulteriori esercizi

Esercizio 1. Stabilire se $f(x) = x^3 + e^x$ è invertibile su tutto \mathbb{R} e in caso affermativo calcolare $\frac{df^{-1}}{dy}(y_0)$ con $y_0 = 1$.

Esercizio 2. Dimostrare che l'equazione

$$\tan x + \sin x - 1 = 0$$

ha almeno una soluzione in $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Esercizio 3. Dimostrare che l'equazione

$$x^3 + \sqrt{x} - 5 = 0$$

ha almeno una soluzione in $[0, 2]$. Si possono avere in tale intervallo due soluzioni?

Esercizio 4. Sia $f(x) = e^{x-1} + 2 \log x$. Studiare l'esistenza e il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 3$ nel suo insieme di definizione.

Esercizio 5. Studiare, continuità e derivabilità in \mathbb{R} della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} & x > 0, \\ x|x| + \frac{1}{3}(x-3) & x \leq 0. \end{cases}$$

¹In parte da: <http://www.sbai.uniroma1.it/persona/micol.amar>