

Sapienza Università di Roma
Ingegneria Meccanica
Analisi Matematica 1 – Esercitazioni
Dott. Ezio Di Costanzo

Richiami di teoria

Ordini di infinito e infinitesimo. Regola di de l'Hôpital. Sviluppi di Taylor.

Esercizi¹

Esercizio 1. Studiare la concavità e convessità della funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{|1 - x^2|},$$

nel suo campo di esistenza.

Esercizio 2. Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow +\infty$ delle funzioni

$$f(x) = e^{\frac{1}{x^2}} - \cos \frac{1}{x};$$

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}} - \cos \frac{\sqrt{2}}{x}.$$

Esercizio 3. Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ di

$$f(x) = \log [1 + 2x^2 \arctan(5x^2)] - 10e^{x^4} + 10;$$

Esercizio 3. Calcolare il polinomio di Maclaurin di grado 10 della funzione

$$f(x) = (x - \sin x)^2 \log(1 + x^2).$$

Ulteriori esercizi

Esercizio 1. Sia $f \in C^7(\mathbb{R})$ e sia

$$f(x) = \sum_{k=0}^2 \frac{4^k}{2k+1} (x-3)^{3k+1} + o((x-3)^7)$$

il suo sviluppo di Taylor di ordine 7 in $x_0 = 3$. Calcolare $f^{III}(3)$ e $f^{VII}(3)$.

¹In parte da: <http://www.sbai.uniroma1.it/persona/micol.amar>

Esercizio 2. Stabilire, utilizzando gli sviluppi di Taylor, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sinh \frac{\alpha}{n} - \sin \frac{\alpha(\alpha-1)}{n} \right)$$

al variare del parametro reale α .

Esercizio 3. Sviluppare al terzo ordine in $x_0 = 1$ la funzione

$$f(x) = \sin(\pi x).$$

Esercizio 4. Sviluppare al secondo ordine in $x_0 = 2$ la funzione

$$f(x) = 1 + 2x + 5x^2.$$

Esercizio 5. Sviluppare al terzo ordine in $x_0 = 0$ la funzione

$$f(x) = e^{\sin x}.$$