

Sapienza Università di Roma
Ingegneria Meccanica
Analisi Matematica 1 – Esercitazioni
Dott. Ezio Di Costanzo

Richiami di teoria

Calcolo delle aree. Integrazione in senso improprio. Studio di una funzione integrale.

Esercizi

Esercizio 1. Calcolare l'area della regione T delimitata dalle curve di equazione $x = 0$, $x = 2\pi$, $f_1(x) = 3 + \sin x$ e $f_2(x) = 3 + \cos x$.

Esercizio 2. Studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{x^{5/4}(1-x^2)^\alpha} dx.$$

Esercizio 3. Studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_2^x \log^3(t^3 - 7) dt.$$

Ulteriori esercizi

Esercizio 1. Calcolare l'area della regione T delimitata dalle curve di equazione $y^2 = 9x$ e $x^2 = 9y$.

Esercizio 2. Determinare la primitiva $F(x)$ di $f(x) = \tan(2x)$, tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = \sqrt{e}.$$

Esercizio 3. Studiare, eventualmente al variare del parametro indicato, i seguenti integrali impropri:

(i) $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(x^3 + 1)\sqrt{|\log x|}} dx;$

(ii) $\int_0^1 \frac{(e^x - 1)\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{\arctan x^\alpha}} dx, \quad \alpha \in \mathbb{R};$

(iii) $\int_0^1 \sin \frac{1}{x} dx;$

(iv) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{x}(x^2 + 1)} dx;$

Esercizio 4. Calcolare la derivata di

$$F(x) = \int_{\sin x}^{e^x} \frac{\log(1+t^2)}{\sqrt{1+t^4}} dt.$$

Esercizio 5. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} \int_1^x \frac{t(1+t)}{\arctan t} dt.$$

Esercizio 6. Studiare la seguente funzione integrale:

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^t}{t^{1/3}(t+1)} dt.$$

Esercizio 7. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, di

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{20} - \int_0^x \sin t dt.$$