

Argomenti di teoria

Disequazioni esponenziali e logaritmiche. Complementi sugli esponenziali e logaritmi.

Esercizi

Esercizio 1. Risolvere le seguenti disequazioni esponenziali e logaritmiche:

(i) $3^x \geq 5$;

(ii) $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 3$;

(iii) $2^x > 16$;

(iv) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2$;

(v) $\log_3(x-1) < 0$;

(vi) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-1) \geq -1$;

(vii) $\log_3^2 x - \log_9 x > 0$;

(viii) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - \log_{\frac{1}{2}} x < 0$;

(ix) $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{4}\right)^x < 0$;

(x) $5^{2x-1} - 5^x + \frac{4}{5} > 0$;

(xi) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+2x+4} - \frac{1}{4} < 0$;

(xii) $\frac{3^x - 2}{4 - 5^x} \leq 0$;

(xiii) $\log_{\frac{2}{3}} x^5 - 2 \log_{\frac{2}{3}} \sqrt{x} < 1$;

(xiv) $\frac{\log(3x-2)}{\log(4x-1)} > 1$;

$$(xv) \sqrt{2 - \left(\frac{1}{5}\right)^x} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^x;$$

$$(xvi) 3^{|x|} \leq 9^{x^2};$$

$$(xvii) |\log_5(x+1)| - 2 > 0;$$

$$(xviii) \log_2 x \leq \sqrt{3 - 2 \log_2 x}.$$

(Soluzioni. (i) $x \geq \log_3 5$; (ii) $x > \log_{\frac{1}{5}} 3$; (iii) $x > 4$; (iv) $x \geq -1$; (v) $1 < x < 2$; (vi) $-2 \leq x < -1$, $1 < x \leq 2$; (vii) $0 < x < 1$, $x > \sqrt{3}$; (viii) $1/2 < x < 1$; (ix) $x < 0$; (x) $x < 0$, $x > \log_5 4$; (xi) $\forall x \in \mathbb{R}$; (xii) $x \leq \log_3 2$, $x > \log_5 4$; (xiii) $x > \sqrt[4]{2/3}$; (xiv) impossibile; (xv) $\log_{\frac{1}{5}} \leq x \leq 0$; (xvi) $x \leq -1/2$, $x = 0$, $x \geq 1/2$; (xvii) $-1 < x < -24/25$, $x > 24$; (xviii) $0 < x \leq 2$)

Esercizio 2. Risolvere le seguenti disequazioni:

$$(i) (x+1)^{x^2-1} > 1;$$

$$(ii) (x^2 - 3)^x < x^2 - 3.$$

(Soluzioni. (i) $-1 < x < 0$, $x > 1$; (ii) $x < -2$, $\sqrt{3} < x < 2$)