

PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA I
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA
EDILE-ARCHITETTURA
ANNO ACCADEMICO 2002-03 — CANALE L-Z

PROF. LORENZO GIACOMELLI

Esempi, contresempi e applicazioni sono richiesti per tutti i risultati elencati. In piú, le parti *enfaticizzate* sono richieste *con dimostrazione*.

1. SUI NUMERI REALI

Simboli di logica matematica. Primi elementi di teoria degli insiemi. Gli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali, reali. Numerabilità dei numeri razionali. $\sqrt{2}$ *non è un numero razionale*. Sezioni. Assioma di Dedekind. Densità. Intervalli. Il valore assoluto. *Disuguaglianze triangolare, di Cauchy-Schwarz, di Young*.

2. PRINCIPIO DI INDUZIONE

Principio di Induzione. *Disuguaglianza di Bernoulli*. *Progressione aritmetica*. Progressione geometrica.

3. NOZIONI DI CALCOLO COMBINATORIO

Coefficienti binomiali. *Proprietà dei coefficienti binomiali*. *Potenza di un binomio*. Triangolo di Tartaglia.

4. ESTREMO SUPERIORE ED INFERIORE

Maggiorante e minorante. Massimo e minimo. Estremo superiore ed inferiore. Teorema di completezza di \mathbb{R} .

5. TOPOLOGIA SULLA RETTA REALE

Distanza. Intorni. Caratterizzazione di estremo superiore e inferiore. Punti interni. Insiemi aperti e chiusi. Punti di accumulazione. Caratterizzazione dei chiusi. Insiemi compatti (per successioni). *Caratterizzazione degli insiemi compatti in \mathbb{R}* . *Teorema di Bolzano-Weierstrass*.

6. FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE

Concetto di funzione. Dominio, codominio, immagine. Concetto di successione. Funzioni iniettive e suriettive. Funzioni composte ed inverse. Funzioni limitate, estremo superiore e inferiore di funzione. Massimo e minimo di una funzione. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzione di Heaviside, funzione segno, parte intera, mantissa, modulo, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche. Grafici di funzioni. Costruzione del grafico di $f(x - a)$, $f(x) + a$, $f(ax)$, $af(x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ a partire dal grafico di f .

7. LIMITI DI FUNZIONI

Definizione di limite, limite destro e sinistro. *Unicità del limite. Teorema della permanenza del segno. Teorema del confronto. Operazioni con i limiti.* Forme indeterminate. Limiti di funzioni composte. Limiti di funzioni monotone. Infinitesimi e infiniti. Ordini di infinitesimo/infinito. Gerarchie di infinitesimi/infiniti. Limiti notevoli. Definizione del simbolo di Landau o . “Algebra degli o -piccoli”. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui.

8. LIMITI DI SUCCESSIONI

Limiti di successioni. Successioni convergenti, divergenti, irregolari. *Il numero di Nepero.* Limiti notevoli per successioni. Formula di Stirling. Sottosuccessioni. *Da ogni successione limitata si può estrarre una sottosuccessione convergente. Teorema “ponte” e non esistenza di limiti di funzioni. Criterio di convergenza di Cauchy.* Successioni definite per ricorrenza.

9. SERIE NUMERICHE

Serie convergenti, divergenti, irregolari. Proprietà ed operazioni. *Condizione necessaria* per la convergenza di una serie. Criterio di Cauchy. *Serie geometriche. Serie telescopiche, serie di Mengoli. Serie armonica.* Serie a termini di segno costante. *Criterio del confronto. Criterio del confronto asintotico.* Serie armoniche generalizzate. *Criterio della radice. Criterio del rapporto.* Serie assolutamente convergenti. Serie a segno alterno. Criterio di Leibniz. Esempi di serie convergenti semplicemente ma non assolutamente.

10. FUNZIONI CONTINUE

Definizione. Continuità da destra o da sinistra. Discontinuità eliminabili, di I, II, III specie. *Discontinuità di funzioni monotone*. Operazioni sulle funzioni continue. Composizione di funzioni continue. Continuità della funzione inversa Teoremi fondamentali sulle funzioni continue: della permanenza del segno, *degli zeri, valori intermedi, di Weirstrass*, esempi, contresempi e applicazioni. Funzioni uniformemente continue, lipschitziane, hölderiane.

11. NOZIONI DI CALCOLO DIFFERENZIALE PER LE FUNZIONI DI UNA VARIABILE

Definizione di derivata. Derivata destra e sinistra. Punti di non derivabilità e loro classificazione. *Continuità delle funzioni derivabili*. Operazioni elementari. Regola della catena. Derivazione della funzione inversa. Funzioni iperboliche e loro derivate. Tabella delle derivate fondamentali. Punti critici. Estremi locali. *Relazione tra punti critici ed estremi locali*. Ricerca del minimo e del massimo assoluti di una funzione. *Teoremi di Rolle, Lagrange*. *Conseguenze del teorema di Lagrange (lipschitzianità, monotonia)*. Derivate successive. Funzioni concave e convesse. Flessi. Studio del grafico di una funzione.

12. PRIME APPLICAZIONI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

Teorema di de l'Hôpital. Polinomio di Taylor e di Mac Laurin. Teorema di Peano. Polinomio di Taylor di funzioni elementari. Applicazioni per il calcolo di limiti.

13. NOZIONI DI CALCOLO INTEGRALE PER LE FUNZIONI DI UNA VARIABILE

Integrale secondo Riemann esteso ad un intervallo. Classi di funzioni integrabili secondo Riemann. Proprietà dell'integrale. *Teorema della media integrale*. Funzioni integrali. *Derivabilità delle funzioni integrali di funzione continua*. *Teorema fondamentale del calcolo integrale*. Integrali indefiniti. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Integrazioni di funzioni elementari. Integrazione di funzioni razionali. Integrali impropri. Criteri di convergenza. Assoluta integrabilità in senso improprio. Studio di $\frac{\sin x}{x}$. Integrali impropri e serie numeriche.

14. NUMERI COMPLESSI

Introduzione. Forma algebrica. Operazioni. Forma trigonometrica. Potenze e radici. L'esponenziale complesso. La formula di Eulero.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] M. Bertsch, R. Dal Passo, Elementi di Analisi Matematica – I vol, Aracne.
- [2] Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Matematica, Zanichelli.
- [3] A.Ghizzetti, F.Rosati Vol. I, Masson.
- [4] E. Giusti, Analisi Matematica I, Boringhieri.

LIBRI DI ESERCIZI CONSIGLIATI

- [1] E. Giusti, Esercizi e complementi di Analisi Matematica vol. I, Boringhieri.
- [2] P. Marcellini, C. Sbordone, Esercitazioni di Matematica, vol. I, Liguori
- [3] M. Amar, A. Bersani, Esercizi di Analisi Matematica, Progetto Leonardo (Esculapio)