PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA

Prof. Lorenzo Giacomelli

a.a. 2005/2006

C.d.L. Ingegneria Gestionale (M-Z)

Elementi di base.
Cenni sulla struttura dei numeri naturali, interi, razionali. Operazioni, ordinamento, densita'. Non esistenza della radice di 2. Numeri reali. Intervalli. Valore assoluto. Maggiorante (minorante), massimo (minimo), estremo superiore (inferiore).
Completezza. Radicali, potenze, logaritmi. Equazioni e disequazioni irrazionali, esponenziali, logaritmiche. Funzione: dominio, codominio, immagine, grafico. Funzione identita', restrizione. Successioni. Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive. Funzioni invertibili, funzione inversa.

Funzioni reali di una variabile reale.
Funzioni monotone. Rapporto incrementale. Gradino, segno, parte intera, mantissa. Funzioni potenza, esponenziale, logaritmo, trigonometriche, trigonometriche inverse e loro grafici qualitativi. Funzioni composte: dominio e grafico qualitativo. Funzioni limitate. Estremo superiore (inferiore), massimo (minimo) assoluto, massimo (minimo) locale.

Limiti.
Topologia in R: distanza, intorni, R*, punti esterni, interni, di frontiera, insiemi aperti, insiemi chiusi, punti di accumulazione. Il concetto di limite di funzioni reali di una variabile reale. Limite destro, sinistro. Proprieta' elementari: permanenza del segno, confronto, operazioni. Aritmezzazione parziale di R*. Forme indeterminate. Alcuni limiti notevoli. Limiti di funzioni monotone. Limiti di successioni. Proprieta'. Teorema "ponte". Sottosuccessioni. Principio di induzione. Disuguaglianza di Bernoulli. Gerarchie di infiniti. Infinitesimi, infiniti e confronti. Simboli di Landau e algebra degli o-piccoli. Il numero e. Altri limiti notevoli. Asintoti.

Continuità delle funzioni reali di una variabile reale.
Continuità. Funzioni elementari (potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche, funzioni iperboliche). Punti di discontinuita'. Proprieta' elementari. Teorema degli zeri. Continuita' della funzione inversa. Relazioni tra monotonia e invertibilita'. Teorema di Weierstrass.

Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale.
Retta tangente, derivata. Derivata destra, sinistra, punto angoloso, cuspide. Derivate di funzioni elementari. Proprietà elementari. Derivata di funzione composta. Calcolo delle derivate. Estremi locali. Teorema del valor medio e conseguenze. Teorema di de l'Hospital. Polinomi di Taylor e di McLaurin. Formula di Talylor. Funzioni concave e convesse. Derivate di ordine superiore. Studio del grafico di una funzione reale di una variabile reale.

Teoria dell'integrazione per funzioni reali di una variabile reale.
Definizione dell'integrale di Riemann e sue proprietà elementari. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrale indefinito. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali . Alcune sostituzioni particolari. Integrali impropri: definizione, criteri di convergenza del confronto, del confronto asintotico, di convergenza assoluta.

Numeri complessi.
Definizione, operazioni, rappresentazione cartesiana, trigonometrica, esponenziale, modulo, argomento, coniugio, radici ennesime, equazioni in campo complesso.

Serie numeriche.
Definizione. Proprieta' elementari. Criteri del confronto, del confronto asintotico, della radice, del rapporto, convergenza assoluta. Serie a segno alterno. Serie di potenze. Serie di Taylor.

Calcolo differenziale per funzioni di piu' variabili.
Topologia in R^N. Coordinate polari. Limiti e continuità. Punti di discontinuita'. Derivate direzionali, derivate parziali, gradiente; differenziabilità e piano tangente. [Calcolo vettoriale: divergenza, rotore, laplaciano.] Proprietà delle funzioni differenziabili e teorema del differenziale totale. Derivate di ordine superiore e teorema di Schwarz. Matrice Hessiana. Formula di Taylor al secondo ordine. Studio dei massimi e minimi liberi. Cenno a massimi e minimi vincolati.

Equazioni differenziali.
Equazioni lineari del primo ordine: struttura delle soluzioni dell'equazione omogenea, struttura delle soluzioni dell'equazione completa, metodo della variazione delle costanti, metodo di somiglianza. Problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del secondo ordine: problema di Cauchy, struttura dell'integrale generale. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti:

Curve nel piano e nello spazio.
Definizione di curva regolare. Vettore tangente e retta tangente ad una curva nel piano e nello spazio.

Teoria dell'integrazione per funzioni reali di piu' variabili reali.
Integrali doppi. Matrice Jacobiana, cambiamenti di variabile.

I punti del programma si intendono comprensivi, ove rilevante, di definizioni, enunciati, esempi, contresempi, applicazioni.
Le parti sottolineate sono state dimostrate.

Testi consigliati: Bertsch - Dal Passo. Elementi di Analisi Matematica. Aracne ed.