

Cognome: Nome:

Solo durante le prime 2 ore è consentita la consultazione di un libro di testo di teoria. È sempre vietata la consultazione di ogni altro materiale (strumenti elettronici, fotocopie, appunti, dispense, libri di esercizi, ecc.). Verrà verbalizzata una insufficienza a chi non risolve correttamente e completamente almeno 2 esercizi o non ottiene almeno 18 punti. È possibile ritirarsi entro il termine della prova. Le risposte devono essere motivate. Il punteggio indicativo si riferisce a risposte e svolgimenti corretti e completi. In caso di dubbi sul testo consultare il docente. Questo documento è composto da 5 fogli e contiene 4 esercizi e lo spazio per rispondere a 2 domande che saranno consegnate in seguito.

(1) Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$e^{\alpha y - x^2} + y - 5x = \alpha^2$$

definisce implicitamente una funzione $y = f(x)$ in un intorno del punto $(0, 0)$. Per tali valori di α , calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

.....

7 punti

Risposta:

.....

Svolgimento:

(2) Calcolare la circuitazione del campo vettoriale $\mathbf{V} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{V}(x, y, z) = (xy, z, x)$$

lungo la frontiera del triangolo di vertici $A \equiv (0, 0, 0)$, $B \equiv (1, 1, 0)$, $C \equiv (1, 0, 0)$, orientata nel verso ABC .

.....

7 punti

Risposta:

.....

Svolgimento:

(3) Calcolare il seguente integrale:

$$\iiint_{\Omega} y^2 z dx dy dz,$$

dove Ω è l'insieme ottenuto ruotando il dominio D definito da

$$D = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{1-z} \leq y \leq \sqrt{1-z^2}\}$$

di un angolo 2π attorno all'asse z .

.....

7 punti

Risposta:

.....

Svolgimento:

(4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2 y''(x) - xy'(x) - 3y(x) = x \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 0 \end{cases} .$$

.....

7 punti

Risposta:

.....

Svolgimento:

(5) Rispondere alle due domande che saranno distribuite durante il compito.

.....

8 punti

Risposta:

.....

Svolgimento: