ANALISI MATEMATICA 2 — ING. AEROSPAZIALE — PROVA SCRITTA — 29.01.2015

Cognome: .... **Nome:** ....

Solo durante le prime 2 ore è consentita la consultazione di un libro di testo di teoria. È sempre vietata la consultazione di ogni altro materiale (strumenti elettronici, fotocopie, appunti, dispense, libri di esercizi, ecc.). Verrà verbalizzata una insufficienza a chi non risolve correttamente e completamente almeno 2 esercizi o non ottiene almeno 18 punti. È possibile ritirarsi entro il termine della prova. Le risposte devono essere motivate. Il punteggio indicativo si riferisce a risposte e svolgimenti corretti e completi. In caso di dubbi sul testo consultare il docente. Questo documento è composto da 5 fogli e contiene 4 esercizi e lo spazio per rispondere a 2 domande che saranno consegnate in seguito.

(1) Sia $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 - y^2} - x^2 + y.$$

Determinare e disegnare il dominio di definizione D, determinare gli eventuali punti critici di f, e specificare la natura (punto di massimo locale, punto di minimo locale, punto di sella) di uno a scelta tra essi.

.... 7 punti

Risposta:

....

Svolgimento:

(2) Sia

$$\Omega = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \leq x \leq 2(1 - y^2),\ y \leq 0\right\}$$

e sia assegnata la seguente forma differenziale:

$$\omega(x, y) = -(y^2 + y)dx + 2xydy.$$

Calcolare

$$\int_{\partial\Omega^+} \omega.$$

. . . . $\boxed{\text{7 punti}}$

Risposta:

. . . .

Svolgimento:

(3) Calcolare il baricentro del seguente insieme:

$$\Omega = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \; : \; y^2 \leq x \leq 3 - 2y^2\right\}.$$

. . . . $\boxed{\text{6 punti}}$

Risposta:

. . . .

Svolgimento:

(4) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy, specificando l'intervallo massimale di esistenza della soluzione:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{x(\log(x)+2)} = 0 \\ y(1/e) = 3\alpha \end{cases}$$

. . . . $\boxed{\text{7 punti}}$

Risposta:

. . . .

Svolgimento:

(5) Rispondere alle due domande che saranno distribuite durante il compito.

(1) Fornire l'esempio di una funzione $f : X \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ che sia derivabile ma non continua in un punto $(x_0, y_0) \in X$.

(2) Sia $\gamma : [a, b] \to \mathbb{R}^m$ di classe C^1 e sia $\tilde{\gamma} : [c, d] \to \mathbb{R}^m$ una curva equivalente a γ. Dimostrare che le due curve hanno la stessa lunghezza.

. . . . $\boxed{\text{6 punti}}$

Svolgimento: