

**ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica )**  
**PREAPPELLO (15.12.2007)      A.A.2007/08**

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. ....  
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

---

**MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE**

Tempo 3 ore

**COMPITO A**

1) Detto  $D$  il **dominio regolare** di  $\mathbb{R}^2$  definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 4, y \geq x\}$$

calcolare

$$I = \int_{+\partial D} \left( 2y + \frac{4x}{x^2 + y^2} \right) dx + \frac{4y}{x^2 + y^2} dy, \quad \tilde{I} = \int_{+\partial D} 2y dx,$$

ove  $+\partial D$  indica la frontiera del dominio  $D$  percorsa in verso antiorario (positivo). Si noti che  $I = \tilde{I}$ : perchè? Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè  $I$  mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio  $D$ .

2) Data in  $\mathbb{R}$  la funzione periodica, **pari**, di *periodo*  $\mathbf{T} = 2\pi$  individuata in  $[-\pi, 0)$  da:

$$f(x) = \pi^2 + x|x|, \quad x \in [-\pi, 0),$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando  $\forall x \in [-\pi, \pi]$  il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in  $\mathbb{R}$ ? Perchè? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa  $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

Determinarne: 
$$f(z) = \log(z^2 + 9i), \quad z \in \mathbb{C}$$

- a) l'insieme  $E \subset \mathbb{C}$  di definizione ed il campo  $A \subset \mathbb{C}$  di olomorfia;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $z_0 = 0$  determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $\tilde{z}_0 = i$  determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Data, poi, la funzione  $g(z) = \frac{f(z)}{z}$ , scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale  $z_0 = 0$  determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

---

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I

(verbalizzato in data ..... ) FIRMA .....

---

**Riservato alla Commissione di Esame**

SCRITTO \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ORALE \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_