

COGNOME ..... NOME .....

N. MATRICOLA .....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Siano  $A$  e  $B$  due matrici quadrate dello stesso ordine.

2	
---	--

(a) Se  $A$  e  $B$  sono invertibili allora la matrice  $A + B$  è invertibile:

<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
-------------------------------	--------------------------------

Se la risposta è 'vero' spiega perché, se la risposta è 'falso' mostra con un controesempio perché è falso.

2	
---	--

(b) Se  $A$  è invertibile allora la matrice  $A^2$  è invertibile:

<input type="checkbox"/> vero	<input type="checkbox"/> falso
-------------------------------	--------------------------------

Se la risposta è 'vero' spiega perché, se la risposta è 'falso' mostra con un controesempio perché è falso.

2. Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano e sia dato il punto  $P := (x_0, y_0, z_0)$ .

2

(a) Determina il simmetrico  $H$  del punto  $P$  rispetto al piano  $\pi : z = 0$ .

$$H = ( \quad , \quad , \quad )$$

Motivazione:

2

(b) Determina il simmetrico  $K$  del punto  $P$  rispetto alla retta  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .

$$K = ( \quad , \quad , \quad )$$

Motivazione:

COGNOME ..... NOME .....

N. MATRICOLA .....

3. Si considerino i due blocchi di condizioni:

$$C_1 : \begin{cases} f(1, 1, 0) := (2, -1) \\ f(0, 1, 1) := (3, 0) \\ f(1, 2, 1) := (2, -1) \end{cases} \quad C_2 : \begin{cases} f(1, 1, 0) := (2, -1) \\ f(0, 1, 1) := (3, 0) \\ f(1, -2, 1) := (2, -1) \end{cases}$$

3

(a) Per uno solo di questi due blocchi di condizioni esiste un unico omomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  che verifica tali condizioni. Indica quale blocco:

$C_1$       $C_2$

Motivazione:

**Nel resto dell'esercizio sia  $f$  l'omomorfismo determinato al punto precedente.**

2

(b) L'omomorfismo  $f$  è iniettivo?

sì     no

Motivazione:

2

(c) L'omomorfismo  $f$  è suriettivo?

sì     no

Motivazione:

4. Sia  $A$  la matrice a coefficienti reali:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

4

- (a) Determina gli autovalori di  $A$  e, per ciascuno di essi una base per il corrispondente autospazio. Utilizza la tabella sottostante. In ciascuna riga scrivi un autovalore differente e una base per il corrispondente autospazio (nota: il numero delle righe già presenti in tabella non è detto che sia uguale al numero degli autovalori effettivamente presenti)

Autovalore $\lambda$	Base dell'autospazio $E(\lambda)$

3

- (b)  $A$  è diagonalizzabile?

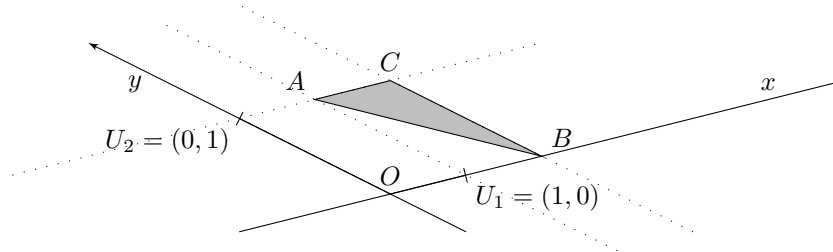
sì     no

Motivazione:

COGNOME ..... NOME .....

N. MATRICOLA .....

5. Sia fissato nel piano un sistema di riferimento affine. Sia  $O$  l'origine di questo riferimento, sia  $U_1$  il punto unità dell'asse delle  $x$  e sia  $U_2$  il punto unità dell'asse delle  $y$ . Si considerino i punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  dati in figura (i trattini sugli assi corrispondono ai punti unità):



1

- (a) Le coordinate dei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  rispetto al sistema di riferimento fissato sono:

$A = ( \quad , \quad ), B = ( \quad , \quad ), C = ( \quad , \quad )$

2

- (b) La retta passante per i punti  $A$  e  $B$  ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2

- (c) L'insieme dei punti interni al triangolo di vertici  $A$ ,  $B$  e  $C$  è definito dal sistema di disequazioni:

2

- (d) Il punto  $D$  tale che il quadrilatero  $ABCD$  (attenzione all'ordine dei vertici!) sia un parallelogramma ha coordinate:

$D = ( \quad , \quad )$

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati i punti  $A := (0, 2, 4)$ ,  $B := (h, 1, 0)$ ,  $C := (1, k, 8)$ .

2

- (a) i tre punti sono allineati se e solo se:

Motivazione:

**Nel resto dell'esercizio utilizza i valori dei parametri  $h$  e  $k$  determinati al punto precedente.**

1

- (b) La retta  $r$  che passa per i punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  ha equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

2

- (c) La retta  $r$  determinata al punto precedente ha equazioni cartesiane:

2

- (d) Il piano  $\pi$  passante per il punto  $A$  e perpendicolare alla retta  $r$  ha equazione cartesiana:

Motivazione: