

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Siano A e B due matrici quadrate. Sia \mathbf{v} un vettore non nullo che è autovettore di A relativamente all'autovalore 3 ed è autovettore di B relativamente all'autovalore -2 .

2

(a) Si consideri la matrice $4AB$.

- | |
|--|
| <input type="checkbox"/> il vettore \mathbf{v} è autovettore di $4AB$ relativamente all'autovalore <input style="width: 40px; height: 15px;" type="text"/> |
| <input type="checkbox"/> il vettore \mathbf{v} non è autovettore di $4AB$ |
| <input type="checkbox"/> i dati assegnati non permettono di stabilire se il vettore \mathbf{v} è autovettore di $4AB$ oppure no |

Motivazione:

2

(b) Si consideri la matrice B^2 .

- | |
|--|
| <input type="checkbox"/> il vettore \mathbf{v} è autovettore di B^2 relativamente all'autovalore <input style="width: 40px; height: 15px;" type="text"/> |
| <input type="checkbox"/> il vettore \mathbf{v} non è autovettore di B^2 |
| <input type="checkbox"/> i dati assegnati non permettono di stabilire se il vettore \mathbf{v} è autovettore di B^2 oppure no |

Motivazione:

2. Sia fissato nel piano un sistema di riferimento euclideo. Siano dati i tre punti non allineati $A := (1, 5)$, $B := (3, 1)$ e $P := (x_0, y_0)$. Sia γ la circonferenza passante per A , B e P .

2

- (a) Il segmento di estremi A e B è un diametro di γ se e solo se: (dà una condizione algebrica)

Motivazione:

2

- (b) Il segmento di estremi A e P è un diametro di γ se e solo se: (dà una condizione algebrica)

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia dato al variare del parametro reale k il sistema lineare nelle incognite x, y e z :

$$\begin{cases} x + ky + z = 3 \\ x + y + 3z = k \\ x + y + 2kz = 2 \end{cases}$$

3

(a) Per quali valori di k il sistema ha esattamente una soluzione?

--

Motivazione:

--

2

(b) Per $k = 1$ il sistema è risolubile? Se sì, scrivere le soluzioni del sistema, se no, spiegare perché.

<input type="checkbox"/> Il sistema è risolubile. Le soluzioni sono: $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$	<input type="checkbox"/> Il sistema non è risolubile:
--	---

2

(c) Per $k = \frac{3}{2}$ il sistema è risolubile? Se sì, scrivere le soluzioni del sistema, se no, spiegare perché.

<input type="checkbox"/> Il sistema è risolubile. Le soluzioni sono: $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$	<input type="checkbox"/> Il sistema non è risolubile:
--	---

4. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è:

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2 (a) Determinare rispetto a quale autovalore il vettore $(2, 1, 1)$ è autovettore di f .

Motivazione:

2 (b) Determinare una base del nucleo di f .

Motivazione:

3 (c) Determinare la matrice rappresentativa di f rispetto alla base di \mathbb{R}^3 formata dai vettori $(2, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, -1, 1)$.

$$B := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$$

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati i punti $A := (1, 5)$ e $B := (2, 3)$ e la retta $r : 8x - 11y + 27 = 0$.

2

- (a) Determina un punto C sulla retta r in modo tale che il triangolo ABC sia rettangolo in B .

$C = (\quad , \quad)$

Motivazione:

2

- (b) Determina un punto D sulla retta r in modo tale che il triangolo ABD sia isoscele con base AB (cioè $AD = BD$).

$D = (\quad , \quad)$

Motivazione:

3

- (c) L'insieme dei punti interni al triangolo di vertici A , B e D è definito dal sistema di disequazioni:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto $P := (1, 2, -3)$ e il piano $\pi : 2x - 3y + 4z - 13 = 0$.

2

- (a) La sfera S centrata in P e tangente il piano π ha equazione:

Motivazione:

2

- (b) Il punto H di tangenza tra π e S ha coordinate:

$$H = (\quad , \quad , \quad)$$

Motivazione:

3

- (c) Trovare le equazioni di tutti i piani paralleli a π la cui intersezione con S è una circonferenza di raggio 2:

Motivazione: