

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Sia f un endomorfismo di \mathbb{R}^3 tale che $\mathbf{v}_1 := (0, 1, 2)$ e $\mathbf{v}_2 := (3, 2, 0)$ siano autovettori di f rispetto all'autovalore 2 e $\mathbf{v}_3 := (1, 0, -1)$ sia autovettore di f rispetto all'autovalore 3.

2

(a) Il vettore $\mathbf{w} := \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2$ è autovettore di f ?

- Sì, rispetto all'autovalore No
 I dati assegnati non sono sufficienti a stabilire se \mathbf{u} è un autovettore o no

Motivazione:

2

(b) Il vettore $\mathbf{u} := 2\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3$ è autovettore di f ?

- Sì, rispetto all'autovalore No
 I dati assegnati non sono sufficienti a stabilire se \mathbf{u} è un autovettore o no

Motivazione:

2. Fissato nel piano un sistema di riferimento euclideo sia dato il punto $A := (0, 1)$.

2

- (a) Determinare le equazioni cartesiane di tutte le rette passanti per A e che delimitano insieme agli assi coordinati un triangolo di area uguale a 3.

Motivazione:

2

- (b) Scegliere una delle rette determinate al punto a (se ce n'è più di uno)

Equazione della retta scelta:

Detta r la retta scelta, si determini l'equazione cartesiana della retta s simmetrica di r rispetto all'asse delle y .

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 definito da: $f(x, y, z) := (x + 3y - z, 2x + 2y + z, 2x - 2y + 4z)$.

2

(a) Determinare una base dell'immagine di f .

--

Motivazione:

--

2

(b) Determinare una base del nucleo di f .

--

Motivazione:

--

3

(c) Determinare la controimmagine del vettore $(1, 2, 2)$.

--

Motivazione:

--

4. Si consideri il sistema di equazioni
$$\begin{cases} 3x + 4y + 5z + w = 2 \\ 3x + 5y + 4z + 2w = k \\ 2x + 3y + 3z + w = 2k \end{cases}$$
 dove k è un parametro reale.

3

(a) Determinare i valori di k per cui il sistema ha una sola soluzione.

Motivazione:

3

(b) Determinare i valori di k per cui il sistema ha infinite soluzioni.

Motivazione:

1

(c) Determinare i valori di k per cui il sistema non ha soluzioni.

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano sia dato il punto $C := (6, -2)$ e la retta $l : x - 2y + 5 = 0$. Sia γ la circonferenza di centro C che interseca la retta l in due punti A e B distanti tra loro $2\sqrt{5}$.

2

- (a) La circonferenza γ ha raggio:

Motivazione:

2

- (b) Il triangolo ABC ha area:

Motivazione:

3

- (c) L'insieme dei punti interni al triangolo di vertici A , B e C è definito dal sistema di disequazioni:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano date le rette $r : \begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ x - 2y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

e $s : \begin{cases} 2x - 2y + 3z + 1 = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$

2

(a) Le rette r e s sono parallele?

sì no

Motivazione:

3

(b) Il piano π contenente r e parallelo a s ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2

(c) Le rette r e s sono incidenti?

sì no

Motivazione: