COGNOME.........................NOME.........................N. MATRICOLA.............

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Fissato nello piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati i punti $A := (2, 1)$, $B := (3, 5)$ e $C := (1, k)$ con k che varia nell'insieme dei numeri reali.

2 (a) Determina i valori di k per cui i punti A, B e C sono allineati:

Motivazione:

2 (b) Determina i valori di k per cui il triangolo ABC ha area uguale a 5:

Motivazione:

2. Siano date le matrici $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $B := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ k & 1 \end{pmatrix}$.

2	

(a) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v} := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ è autovettore di B?

Motivazione:

2	

(b) Per quali valori di k esiste un vettore che è autovettore sia della matrice A che della matrice B?

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

3. Sia E il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato da $\mathbf{u} := (1, 1, -1, 0)$, $\mathbf{v} := (2, 1, 3, 1)$ e $\mathbf{w} := (3, 2, 2, 1)$ e sia F il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ così definito $F := \{(x, y, z, w) \mid 2x + y - z - w = 0\}$.

2 (a) Determina una base per $E \cap F$.

Motivazione:

2 (b) Determina una base per $E + F$.

Motivazione:

3 (c) Detto G il sottospazio $E \cap F$ determina una base per un sottospazio H tale che $E = G \oplus H$.

Motivazione:

4. Sia data la matrice: $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2 |

(a) Determina gli autovalori di A.

Motivazione:

3 |

(b) Determina una base per ciascun autospazio di A. Utilizza la tabella sottostante. In ciascuna riga scrivi un autovalore differente e una base per il corrispondente autospazio (nota: il numero delle righe già presenti in tabella non è detto che sia uguale al numero degli autovalori effettivamente presenti)

Autovalore λ	Base dell'autospazio $E(\lambda)$

Motivazione:

2 |

(c) Determinare una matrice diagonale D e una matrice ortogonale M tali che $D = M^{-1}AM$.

$D := \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ $M := \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati il punto $C := (1, 1)$ e la retta $r : 2x + y - 8 = 0$.

2 (a) Determina l'equazione della circonferenza γ di centro C e tangente a r.

Motivazione:

2 (b) L'insieme dei punti interni al triangolo T delimitato da r e dagli assi cartesiani è definito dal sistema di disequazioni:

3 (c) Determina tutti i punti appartenenti alla circonferenza γ, alla retta $s : y - 1 = 0$ ed interni al triangolo T.

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento affine, siano dati il punto $P := (1, 4, 2)$ e le rette

$$r : \begin{cases} x + 3y + 2z - 2 = 0 \\ 2x + y + 2z + 4 = 0 \end{cases} \text{ e } s : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

2	

(a) La retta n parallela a r e contenente P ha equazioni cartesiane:

Motivazione:

3	

(b) Il piano π contenente P e parallelo sia a r che a s ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2	

(c) La retta n:

☐ è incidente il piano π ☐ giace sul piano π ☐ è parallela a π ma non giace su π

Motivazione: