

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. In \mathbb{R}^5 siano dati i due iperpiani $\pi : x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 + 6 = 0$ e $\sigma : x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 + 2 = 0$ e il punto $A := (1, 0, 2, 0, 2)$.

2

(a) Determina la disequazione del semispazio delimitato da π e contenente σ .

Motivazione:

2

(b) Stabilire se il punto A appartiene alla regione compresa tra π e σ .

Sì No

Motivazione:

2. Sia V uno spazio vettoriale dotato di una base formata dai vettori \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3 ed \mathbf{e}_4 . Si considerino i vettori $\mathbf{u} := \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4$, $\mathbf{v} := \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4$ e $\mathbf{w} := 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$.

- 2 (a) Quante basi di V che contengono tutti e tre i vettori \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{w} esistono?

Motivazione:

- 2 (b) Esiste un sottospazio affine di V di dimensione 1 contenente i vettori \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{w} ?

Sì No

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Siano dati in \mathbb{R}^4 il sottospazio vettoriale $E_k := \{(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid x_1 - 2x_2 + kx_3 = 0, x_1 - x_2 - kx_4 = 0\}$ con k parametro reale e il sottospazio vettoriale F generato da $\mathbf{u} := (2, 1, 0, 1)$ e $\mathbf{v} := (0, 1, 1, 2)$.

2

- (a) Determina, in dipendenza del valore di k , la dimensione di E_k .

Motivazione:

2

- (b) Determina i valori di k per cui il vettore \mathbf{u} appartiene a E_k .

Motivazione:

3

- (c) Determina i valori di k per cui la somma $E_k + F$ è diretta.

4. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2

(a) Determina una base dell'immagine di f .

--

Motivazione:

--

2

(b) Determina una base del nucleo di f .

--

Motivazione:

--

3

(c) Determina una matrice diagonale D e una matrice ortogonale M tali che $D = M^{-1}AM$.

$D := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$	$M := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$
---	---

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano date le rette $r : 2x - y + 3 = 0$, $s : x - 3y - 1 = 0$ e $t : x - 4 = 0$. Sia T il triangolo delimitato dalle tre rette r , s e t .

2

- (a) Determina l'area del triangolo T .

Motivazione:

3

- (b) Determina il punto di intersezione degli assi del triangolo T .

Motivazione:

2

- (c) Determina l'equazione cartesiana della circonferenza passante per i vertici del triangolo T .

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano date le rette $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ e

$$s : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} .$$

2

(a) Il piano π contenente r e parallelo a s ha equazione cartesiana:

Motivazione:

3

(b) Il piano σ parallelo a r e s ed equidistante da essi ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2

(c) La distanza tra il piano π e la retta s è:

Motivazione: