

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. In \mathbb{R}^5 siano dati l'iperpiano $\pi : x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 - 1 = 0$ e i punti $A := (k, 0, 0, 0, 0)$ e $B := (0, 3, 0, 0, 1)$.

2

(a) Per quali valori di k il segmento aperto di estremi A e B interseca l'iperpiano?

Motivazione:

2

(b) Per quali valori di k la retta passante per A e B è ortogonale all'iperpiano π ?

Motivazione:

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $f(1, 1, 0) = f(0, 1, -1)$ e $f(1, 1, 1) = (0, 0)$.

2

(a) L'applicazione lineare f è suriettiva?

Sì No Le informazioni non sono sufficienti a stabilirlo

Motivazione:

2

(b) È possibile determinare $f(0, 1, 0)$ con le informazioni in nostro possesso? Se sì, qual è?

Sì $f(0, 1, 0) = (0, 0)$ Le informazioni non sono sufficienti a determinare $f(0, 1, 0)$

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Siano dati in \mathbb{R}^4 il sottospazio vettoriale $E := \{(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0\}$ e il sottospazio vettoriale F_k generato da $\mathbf{u} := (1, 2, 0, 1)$ e $\mathbf{v}_k := (k, 2, 1, 0)$ con k parametro reale.

2

- (a) Per quali valori di k il vettore \mathbf{v}_k appartiene a E ?

Motivazione:

2

- (b) Per quali valori di k la somma $E + F_k$ è diretta?

Motivazione:

3

- (c) Determina una base ortonormale di E .

4. Sia f_k l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & k-2 \\ k & 2 & 0 \\ 2 & k & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3 (a) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v} := (1, 0, 0)$ appartiene all'immagine di f ?

Motivazione:

- 2 (b) Per quali valori di k il nucleo di f_k ha dimensione 2?

Motivazione:

- 2 (c) Fissato $k = 2$ determina una matrice diagonale D e una matrice invertibile M tali che $D = M^{-1}AM$.

$$D := \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \quad M := \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati i punti $A := (5, 5)$, $B := (6, 4)$ e $C := (-1, 5)$.

2

- (a) Determina l'intersezione degli assi del triangolo.

Motivazione:

2

- (b) La circonferenza passante per i punti A , B e C ha equazione cartesiana:

Motivazione:

3

- (c) L'insieme dei punti interni al triangolo di vertici A , B e C è definito dal sistema di disequazioni:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento euclideo, siano date le rette $r : \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$

$$\text{e } s : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 6t \end{cases}$$

2

(a) Il piano π contenente r e parallelo a s ha equazione:

Motivazione:

2

(b) Il piano σ parallelo sia a s che a r e contenente il punto $A := (1, -3, 1)$ ha equazione:

Motivazione:

3

(c) La retta t proiezione ortogonale di r sul piano σ ha equazioni cartesiane:

Motivazione: