

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. In \mathbb{R}^5 siano dati i punti $A := (1, 2, 1, 0, 0)$, $B := (2, 2, -1, 0, 1)$ e $C_k := (3, k + 1, -3, 0, k + 1)$ e l'iperpiano $\Pi : x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 + 2 = 0$.

2

(a) Per quali valori di k i punti A , B e C_k sono allineati?

Motivazione:

2

(b) Il segmento aperto di estremi A e B interseca l'iperpiano Π ?

Sì No

Motivazione:

2. Sia f un omomorfismo da \mathbb{R}^3 in \mathbb{R}^2 tale che $f(0, 1, 1) = (1, 2)$ e $f(1, 0, 1) = (2, -1)$.

2

(a) I dati assegnati sono sufficienti per determinare $f(1, 2, 3)$?

Sì, $f(1, 2, 3) = (\quad , \quad)$ No, non sono sufficienti

Motivazione:

2

(b) I dati assegnati sono sufficienti per determinare $f(1, 1, 0)$?

Sì, $f(1, 1, 0) = (\quad , \quad)$ No, non sono sufficienti

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Si consideri il sistema di equazioni nelle incognite x, y, z e w $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ x + y + z + w = k - 1 \\ 3x + 3z + kw = 0 \end{cases}$ dove k è un parametro reale.

2

- (a) Determina i valori di k per cui il sistema ha esattamente una soluzione.

Motivazione:

2

- (b) Determina i valori di k per cui $(x, y, z, w) = (1, 1, 2, 1)$ è soluzione del sistema.

Motivazione:

3

- (c) Determina i valori di k per cui il sistema è risolubile.

4. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2

(a) Determina una base dell'immagine di f .

--

Motivazione:

--

2

(b) Determina una base del nucleo di f .

--

Motivazione:

--

3

(c) Determina una matrice diagonale D e una matrice ortogonale M tali che $D = M^{-1}AM$.

$D :=$ $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$	$M :=$ $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$
---	---

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati il punto $P := (4, 1)$ e la circonferenza $\gamma : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$. Siano r e s le rette passanti per P e tangenti a γ e siano R e S i punti rispettivi di tangenza tra queste rette e γ .

2

- (a) Le rette r e s hanno equazioni cartesiane:

Motivazione:

2

- (b) Detto C il centro di γ , il quadrilatero $CRPS$ ha area:

Motivazione:

3

- (c) La distanza tra i punti R e S è uguale a:

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto $P := (1, 0, 1)$ e i piani $\pi : x - y + 2z - 6 = 0$ e $\sigma : x + z - 3 = 0$.

2 (a) La retta r passante per P e parallela sia al piano π che al piano σ ha equazioni cartesiane:

Motivazione:

3 (b) La proiezione ortogonale di r su π ha equazioni cartesiane:

Motivazione:

3 (c) La distanza tra la retta r e la retta s intersezione di π e σ è:

Motivazione: