15 luglio 2010 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria gestionale - a.a. 2009-2010

COGNOME.......................... NOME.......................... N. MATRICOLA.............

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Siano date le condizioni $f(1,0) = (1,2,1)$, $f(0,1) = (1,1,k)$ e $f(2,1) = (3,k,7)$.

2 (a) Per quali valori di k le condizioni date definiscono un omomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$?

Motivazione:

2 (b) Per quali valori di k le condizioni date definiscono un omomorfismo suriettivo $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$?

Motivazione:

2. Siano dati i punti $A := (1, 2, 1, 0, 1)$ e $B := (1, 0, 2, 1, 1)$ e l'iperpiano $\pi : x_1+2x_2-x_3+x_4-x_5+k = 0$ di $\mathbb{R}^5$.

2	

(a) Per quali valori di k il segmento aperto di estremi A e B interseca l'iperpiano π?

Motivazione:

2	

(b) Per quali valori di k la semiretta di origine A e contenente B interseca l'iperpiano π?

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

3. Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ tale che $(1,2,0)$ e $(2,1,1)$ siano autovettori di autovalore 2 e $(1,1,1)$ appartenga al nucleo.

2 (a) Determina una base dell'immagine di f.

Motivazione:

2 (b) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{w}_k := (1,1,k)$ appartiene all'immagine di f?

Motivazione:

3 (c) Determina la matrice rappresentativa di f rispetto alla base canonica.

4. Siano dati in $\mathbb{R}^5$ i sottospazi vettoriali $E := \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \mid x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$ ed $F := \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \mid x_1 + x_2 = 0, x_3 + x_4 + x_5 = 0\}$.

3	

(a) Determina una base ortonormale dell'intersezione $E \cap F$.

Motivazione:

2	

(b) Determina una base per un sottospazio G supplementare di $E \cap F$ in F.

Motivazione:

2	

(c) Esiste un sottospazio H che sia supplementare in $\mathbb{R}^5$ al tempo stesso di E e di F? Se sì, scriverne una base, se no, spiegare perché non esiste.

☐ Una base per H è:	☐ Non esiste un sottospazio H con le proprietà richieste. Infatti:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, siano date le rette $r : 3x + 4y - 11 = 0$, $s : y - 2 = 0$ e $t : 2x + y - 9 = 0$.

2	

(a) Le bisettrici degli angoli formati dalle rette r e s hanno equazioni cartesiane:

Motivazione:

2	

(b) Le circonferenze che hanno centro sulla retta t e sono tangenti sia a r che a s hanno equazioni cartesiane:

Motivazione:

3	

(c) Il poligono che ha come vertici i centri delle circonferenze trovate al punto precedente e l'intersezione A delle rette r e s ha area:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il piano $\pi : x - y - z - 7 = 0$ e la retta $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -5 - 4t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

2	

(a) Determina il punto P distante $2\sqrt{3}$ dal piano π, appartenente alla retta r e al semispazio delimitato da π contenente l'origine del sistema di riferimento.

Motivazione:

2	

(b) Determina il simmetrico H del punto P rispetto al piano π.

Motivazione:

3	

(c) Determina l'equazione cartesiana del piano σ contenente r e ortogonale al piano π.

Motivazione: