21 SETTEMBRE 2010 - ESAME DI GEOMETRIA - 12 CREDITI
INGEGNERIA GESTIONALE - A.A. 2009-2010

COGNOME.......................... NOME.......................... N. MATRICOLA.............

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Siano dati i vettori $\mathbf{v}_1 := (1,2,2)$, $\mathbf{v}_2 := (2,k,4)$ e $\mathbf{v}_3 := (1,3,k)$ di $\mathbb{R}^3$.

2 (a) Per quali valori di k i vettori $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ e $\mathbf{v}_3$ formano una base di $\mathbb{R}^3$?

Motivazione:

2 (b) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v}_3$ è combinazione lineare di $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$?

Motivazione:

2. Siano dati i punti $A := (1, 2, 3, 1)$ e $B := (1, 3, 1, 0)$ e l'iperpiano $\pi : x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 8 = 0$ di $\mathbb{R}^4$.

2	

(a) Determina un punto C sull'iperpiano π tale che A, B e C siano allineati.

Motivazione:

2	

(b) Il punto C appartiene al segmento aperto di estremi A e B?

☐ Sì ☐ No

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

3. Sia data la base di $\mathbb{R}^3$ data dai vettori $\mathbf{v}_1 := (1, 2, 3)$, $\mathbf{v}_2 := (2, 0, 2)$ e $\mathbf{v}_3 := (0, 2, 3)$. Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ il cui nucleo è generato da $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ e tale che $f(\mathbf{v}_3) = \mathbf{v}_2$.

2 (a) Determina una base dell'immagine di f.

Motivazione:

2 (b) Determina la matrice rappresentativa di f rispetto alla base formata dai vettori $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ e $\mathbf{v}_3$.

Motivazione:

3 (c) Determina la matrice rappresentativa di f rispetto alla base canonica.

4. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi vettoriali $E := \{(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0\}$ ed $F := \langle (1,0,0,1), (0,1,-1,0), (1,0,0,-1) \rangle$.

2 (a) Determina una base per la somma $E + F$.

Motivazione:

2 (b) Determina una base dell'intersezione $E \cap F$.

Motivazione:

3 (c) Esiste un sottospazio H che sia supplementare in $\mathbb{R}^4$ al tempo stesso di E e di F? In caso affermativo scriverne una base.

☐ Una base per H è:	☐ Non esiste un sottospazio H con le proprietà richieste.

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, sia data la retta $r : 2x + 3y - 4 = 0$ e la circonferenza $\gamma : (x-3)^2 + (y+1)^2 = 13$.

2 (a) Le rette s e t, parallele a r e tangenti a γ hanno equazioni cartesiane:

Motivazione:

2 (b) Detto S il punto di tangenza tra s e γ e T il punto di tangenza tra t e γ, la retta n passante per S e T ha equazione cartesiana:

Motivazione:

3 (c) Le circonferenze tangenti alle rette s, t e n hanno equazioni cartesiane:

Motivazione

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano date le rette $r : \begin{cases} x - y - z + 1 = 0 \\ x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$.

3	

(a) Il piano π contenente r e parallelo a s ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2	

(b) Il piano σ parallelo a r e s ed equidistante da essi ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2	

(c) La proiezione ortogonale della retta r sul piano σ ha equazioni cartesiane:

Motivazione: