

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, siano dati i punti $C_t := (t, t+1)$ e $P := (1, 3)$. Sia γ_t la circonferenza di centro C_t e passante per P .

2

(a) Per quali valori di t la circonferenza γ_t ha raggio 5?

Motivazione:

2

(b) Per quali valori di t la circonferenza γ_t è tangente all'asse y ?

Motivazione:

2. Siano dati in \mathbb{R}^3 i sottospazi vettoriali E_h , generato dai vettori $\mathbf{v}_1 := (2, 1, 0)$ e $\mathbf{v}_2 := (0, 2, h)$ e $F := \{(x, y, z) \mid x - y = 0, y + z = 0\}$.

2

- (a) Per quali valori di h i sottospazi E_h e F sono supplementari in \mathbb{R}^3 ?

Motivazione:

2

- (b) Per quali valori di h il vettore \mathbf{v}_2 è ortogonale a tutti i vettori di F ?

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia dato il sistema nelle incognite x, y e z $\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y + kz = 1 \\ kx + ky + z = -1 \\ ky = 1 \end{cases}$ con k parametro reale.

2

(a) Determina i valori di k per cui il sistema ha esattamente una soluzione.

Motivazione:

2

(b) Determina i valori di k per cui $(x, y, z) = (1, 1, -1)$ è soluzione del sistema.

Motivazione:

3

(c) Determina i valori di k per cui il sistema è risolubile.

Motivazione

4. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2

(a) Determina una base dell'immagine di f .

| |
|--|
| |
|--|

Motivazione:

| |
|--|
| |
|--|

2

(b) Determina una base del nucleo di f .

| |
|--|
| |
|--|

Motivazione:

| |
|--|
| |
|--|

3

(c) Determina una matrice diagonale D e una matrice invertibile M tali che $D = M^{-1}AM$.

| | | | |
|--------|--|--------|--|
| $D :=$ | $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$ | $M :=$ | $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$ |
|--------|--|--------|--|

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, siano date le rette $r : 2x - 3y + 1 = 0$ e $s : x + 3y - 4 = 0$ e il punto $P := (3, 2)$.

2

- (a) Determinare le equazioni cartesiane di tutte le rette t passanti per P e tali che r , s e t formano un triangolo rettangolo.

Motivazione:

3

- (b) Detto A il punto di intersezione tra le rette r e s determinare le equazioni cartesiane di tutte le rette n passanti per P e tali che il segmento congiungente A e P sia un'altezza del triangolo delimitato da r , s e n .

Motivazione:

3

- (c) Scelta una delle rette n trovate al punto precedente, determinare il sistema di disequazioni che definisce l'insieme dei punti interni al triangolo delimitato dalle rette r , s e n .

6. Siano dati in \mathbb{R}^4 i punti $A := (1, 2, 0, 0)$, $B := (1, 0, 1, 1)$, $C := (0, 2, 1, 0)$ e $D := (1, 3, 1, 1)$.

2

(a) L'iperpiano π passante per i punti A , B , C e D ha equazione cartesiana:

Motivazione:

2

(b) L'iperpiano σ parallelo a π e passante per l'origine ha equazione cartesiana:

Motivazione:

3

(c) Stabilire se il punto $P := (0, 0, 0, 1)$ appartiene alla fascia delimitata dagli iperpiani π e σ .

- Il punto P appartiene alla fascia delimitata da π e σ
 Il punto P non appartiene alla fascia delimitata da π e σ

Motivazione: