23 giugno 2011 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria gestionale - a.a. 2010-2011

COGNOME.......................... NOME.......................... N. MATRICOLA.............

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, si considerino il punto $P := (8, 6)$ e la circonferenza $\gamma : (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$.

2 (a) Determina l'equazione della circonferenza di centro P tangente esternamente a γ.

Motivazione:

2 (b) Determina l'equazione della circonferenza di centro P tale che i suoi punti di intersezione con γ sono gli estremi di un diametro di γ.

Motivazione:

2. Siano dati i punti $A := (2, 1, 1, 3, 2)$ e $B := (2, 0, 1, 2, 3)$ e l'iperpiano $\pi : 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 + 2 = 0$ di $\mathbb{R}^5$.

2	

(a) Il segmento aperto di estremi A e B interseca l'iperpiano π?

☐ Sì ☐ No

Motivazione:

2	

(b) La semiretta di origine A e contenente B interseca l'iperpiano π?

☐ Sì ☐ No

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

3. Sia E il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $\mathbf{v}_1 := (1, 1, 2, 0)$ e $\mathbf{v}_2 := (0, 1, 1, 1)$ e sia $F_k := \{(x, y, z, w) \mid x - z = 0, y + z + kw = 0\}$ con k parametro reale.

2	

(a) Determina una base ortonormale per E.

Motivazione:

3	

(b) Per quali valori di k la somma $E + F_k$ è diretta?

Motivazione:

2	

(c) Determina una base per un complemento G di E in $\mathbb{R}^4$.

Motivazione:

4. Sia dato l'endomorfismo f_k di $\mathbb{R}^3$ che rispetto alla base canonica si rappresenta con la matrice: $A_k := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2k \\ 0 & k & 1-k \\ 0 & k & 1-k \end{pmatrix}$ e sia $\mathbf{v} := (4, 1, 1)$.

2 | (a) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v}$ è autovettore di f_k?

Motivazione:

2 | (b) Per quali valori di k l'immagine di f_k ha dimensione 2?

Motivazione:

3 | (c) Per quali valori di k esiste una matrice invertibile M tale che $M^{-1}A_kM$ sia una matrice diagonale?

Motivazione:

COGNOME........................NOME........................N. MATRICOLA............

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, siano dati i punti $A := (5, 2)$, $B := (7, 4)$ e la retta $r : x + 4y - 11 = 0$.

2

(a) Determina un punto C sulla retta r in modo che la mediana passante per C del triangolo ABC sia parallela all'asse x.

Motivazione:

2

(b) Determina un punto D sulla retta r in modo che la mediana passante per A del triangolo ABD sia parallela all'asse y.

Motivazione:

3

(c) L'insieme dei punti interni al triangolo di vertici A, B e C (dove C è il punto determinato alla domanda a) è definito dal sistema di disequazioni:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il piano $\pi : x - 2y + 2z + 4 = 0$ e il punto $A := (1, 2, 1)$.

2

(a) Trovare il punto B appartenente all'asse delle x e tale che la retta passante per A e B sia parallela al piano π.

Motivazione:

2

(b) Trovare il punto C appartenente all'asse delle x, tale che A e C siano equidistanti da π e giacciano su semispazi opposti delimitati da π.

Motivazione:

3

(c) Determinare l'intersezione tra il piano π e la retta passante per A e C (dove C è il punto determinato alla domanda b)).

Motivazione: