

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Sia f un endomorfismo di \mathbb{R}^3 la cui matrice rappresentativa A rispetto alla base canonica soddisfa le condizioni: 1 è autovalore di A , 5 è autovalore di A e $\det A = 0$.

2

(a) L'endomorfismo f è diagonalizzabile?

Sì No I dati assegnati non sono sufficienti a stabilirlo.

Motivazione:

2

(b) Determina, se possibile, la dimensione dell'immagine di f .

L'immagine di f ha dimensione I dati assegnati non sono sufficienti.

Motivazione:

2. Nello spazio \mathbb{R}^4 siano dati l'iperpiano $\Pi : x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0$ e i punti $A := (2, 1, 0, 3)$ e $B := (1, -1, k, 2k)$.

2

- (a) Per quali valori di k i punti A e B stanno su semispazi opposti rispetto a Π ?

Motivazione:

2

- (b) Per quali valori di k la retta passante per A e B è ortogonale all'iperpiano Π ?

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia data in \mathbb{R}^3 la base formata dai vettori $\mathbf{v}_1 := (1, 3, 1)$, $\mathbf{v}_2 := (1, 0, 1)$ e $\mathbf{v}_3 := (0, 1, 1)$. Sia f l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 tale che $f(\mathbf{v}_1) = \mathbf{v}_1$, $f(\mathbf{v}_2) = \mathbf{v}_1$ e $f(\mathbf{v}_3) = \mathbf{v}_1$.

2

- (a) Determina una base dell'immagine di f .

--

Motivazione:

--

2

- (b) Determina la matrice rappresentativa di f rispetto alla base formata dai vettori \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 e \mathbf{v}_3 .

--

Motivazione:

--

3

- (c) Determina la matrice rappresentativa di f rispetto alla base canonica.

--

4. Sia U il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 generato da $(0, 1, 1, -1)$ e $(1, 0, 1, -1)$ e V il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 generato da $(2, 2, 3, 0)$ e $(0, 0, 1, -4)$.

2

- (a) Determina una base per $U \cap V$.

--

Motivazione:

--

2

- (b) Determina una base per $U + V$.

--

Motivazione:

--

3

- (c) Determina una base ortonormale di U .

--

Motivazione:

--

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano date la retta $r : 3x + 4y + 12 = 0$ e la circonferenza $\gamma : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

2

- (a) Determina l'equazione della circonferenza δ concentrica a γ e tangente alla retta r .

Motivazione:

3

- (b) Detto H il punto di tangenza tra δ e r determina l'equazione della circonferenza tangente alla retta r in H e tangente esternamente a γ .

Motivazione:

2

- (c) Determina l'equazione della circonferenza concentrica a γ e che interseca la retta r in due punti A e B distanti tra loro 4.

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto $A := (2, 1, 2)$ e la retta

$$r : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 4x - z - 2 = 0 \end{cases}$$

2

(a) Il piano π ortogonale a r e passante per il punto A ha equazione:

Motivazione:

2

(b) La distanza tra il punto A e la retta r è:

Motivazione:

3

(c) Determina due punti B e C sulla retta r in modo tale che ABC sia un triangolo isoscele rettangolo in A :

Motivazione: