

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. In \mathbb{R}^4 siano dati i punti $A := (1, 2, 3, 4)$, $B := (2, 2, 3, 4)$, $C := (2, 2, 4, 4)$, $D := (1, 2, 4, 4)$ e $E := (2, 2, 4, k)$ con k parametro reale.

2

(a) Per quali valori di k i punti A, B, C, D e E sono allineati?

Motivazione:

2

(b) Per quali valori di k i punti A, B, C, D e E sono complanari?

Motivazione:

2. Siano dati uno spazio vettoriale V avente come base $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ e uno spazio vettoriale W avente come base $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$. Sia $f : V \rightarrow W$ un omomorfismo.

2

- (a) L'omomorfismo f è suriettivo?

- Sì, l'omomorfismo f è sempre suriettivo.
 No, l'omomorfismo f non è mai suriettivo.
 I dati assegnati non sono sufficienti per stabilirlo

Motivazione:

2

- (b) L'omomorfismo f è iniettivo?

- Sì, l'omomorfismo f è sempre iniettivo.
 No, l'omomorfismo f non è mai iniettivo.
 I dati assegnati non sono sufficienti per stabilirlo.

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Siano dati uno spazio vettoriale E avente come base $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.
Sia V il sottospazio vettoriale di E avente come base $\mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.
Sia W il sottospazio vettoriale di E avente come base $\mathbf{w}_1 = 2\mathbf{e}_2, \mathbf{w}_2 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3$

2

- (a) Determinare una base di $V + W$.

--

Motivazione:

--

2

- (b) Determinare una base di $V \cap W$.

--

Motivazione:

--

3

- (c) Determinare un sottospazio vettoriale F di E tale che $\dim F = 2$ e $\dim(V \cap F) = 1$

--

Motivazione:

--

4. Sia data la matrice: $A := \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ k & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ con k parametro reale. Si consideri l'endomorfismo f di \mathbb{R}^3 associato alla matrice A relativamente alla base canonica.

2

- (a) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v} = (0, 1, 1)$ appartiene a $f(\mathbb{R}^3)$?

Motivazione:

2

- (b) Per quali valori di k il vettore $\mathbf{v} = (0, 1, 1)$ è autovettore di f ?

Motivazione:

3

- (c) Per quali valori di k l'endomorfismo f è diagonalizzabile?

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, sia dato il punto $A := (2, 3)$ e la retta $r : x - 3y + 4 = 0$.

2

- (a) Determinare l'equazione cartesiana della retta s simmetrica della retta r rispetto al punto A .

Motivazione:

2

- (b) Determinare la distanza tra le rette r e s .

Motivazione:

3

- (c) Esistono circonferenze che siano tangenti sia alla retta r che alla retta s ?
Nel caso in cui esistano, determinare un'equazione di una tale circonferenza. Nel caso in cui non esistano spiegare perché non esistono.

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento euclideo, siano dati il punto $A := (3, 1, 2)$ e il piano $\pi : x + y + 2z - 8 = 0$ passante per A .

2

- (a) Verificare se la retta r passante per A e per il punto $B = (4, 0, 2)$ interseca o è contenuta nel piano π .

Motivazione:

3

- (b) Determinare la retta passante per il punto A , contenuta nel piano π e perpendicolare alla retta r .

Motivazione:

2

- (c) Calcolare la distanza del punto B dalla retta s determinata nel punto precedente.

Motivazione: