

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Si dimostri la verità o falsità delle seguenti affermazioni riguardanti matrici appartenenti a $M(n, n, \mathbb{R})$.

2	
---	--

(a) Da $A + B = A + C$ segue $B = C$.

--

Motivazione:

Empty space for motivation

2	
---	--

(b) Se $A \neq 0$, allora da $AB = AC$ segue $B = C$.

--

Motivazione:

Empty space for motivation

2. Si considerino in \mathbb{R}^4 i punti $P_0 := (1, 0, 0, 0)$, $P_1 := (1, 1, 0, 0)$, $P_2 := (1, 1, 1, 0)$, $P_3 := (1, 1, 1, 1)$.

2	
---	--

 (a) Determinare la dimensione dell'involuppo affine Σ dei punti P_0, P_1, P_2, P_3

dim $\Sigma =$

Motivazione:

2	
---	--

 (b) Dato il punto $A := (1, 2, 3, 4)$, determinare, se esistono, due sottospazi affini Π e Π' di dimensione 1 passanti per A che siano entrambi paralleli a Σ , ma che non siano paralleli tra loro.

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia dato al variare del parametro reale k il sistema lineare nelle incognite x, y e z :

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y + kz = 1 \\ kx + ky + z = -1 \end{cases}$$

3

(a) Per quali valori di k il sistema ha esattamente una soluzione?

Motivazione:

2

(b) Determinare tutti i valori di k per cui $(x, y, z) = (-1, 0, 1)$ è soluzione del sistema.

Motivazione:

2

(c) Determinare tutti i valori di k per cui il sistema di partenza ha infinite soluzioni.

Motivazione:

4. Si consideri la seguente matrice $A := \begin{pmatrix} -2 & -4 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

3

(a) Determinare, se esistono, una matrice ortogonale M e una matrice diagonale D tali che $M^{-1}AM = D$.

Motivazione:

2

(b) Determinare, se esiste, una matrice ortogonale $M' \neq M$, tale che $M'^{-1}AM' = D$, dove M e D sono le matrici determinate nella risposta (a).

Motivazione:

2

(c) Determinare, se esistono, una matrice ortogonale N e una matrice diagonale $D' \neq D$, tali che $N^{-1}AN = D'$ dove D è la matrice determinata nella risposta (a).

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, sia dato il punto $A := (3, 5)$ e la retta $r : x + 3y + 2 = 0$.

2

(a) Determinare il punto B simmetrico del punto A rispetto alla retta r .

$B =$

Motivazione:

3

(b) Determinare i punti C e C' tali che i triangoli ACB e $AC'B$ siano retti nei vertici C e C' rispettivamente e siano isosceli.

$C =$, $C' =$

Motivazione:

2

(c) Calcolare l'area del quadrilatero $ACBC'$.

Area=

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto $U_1 := (1, 0, 0)$, $U_2 := (0, 1, 0)$ e $U_3 := (0, 0, 1)$. Considerare, per ogni intero i , con $1 \leq i \leq 3$ il punto P_i appartenente al segmento OU_i tale che $d(O, P_i) = \frac{1}{2}$.

2

- (a) Determinare un'equazione cartesiana del piano passante per P_1, P_2 e per P_3 .

Motivazione:

3

- (b) Determinare equazioni parametriche dell'altezza del tetraedro $OP_1P_2P_3$ passante per O .

Motivazione:

3

- (c) Determinare equazioni cartesiane della circonferenza passante per P_1, P_2 e per P_3 .

Motivazione: