

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Dimostrare la verità o falsità delle seguenti due affermazioni:

2

- (a) Se due matrici A e B di ordine n sono simili, allora, per ogni $h \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{R}$, le matrici hA e kB sono simili.

Motivazione:

2

- (b) Se due matrici A e B di ordine n sono simili ad una stessa matrice C , allora A e B sono simili.

Motivazione:

2. In \mathbb{R}^4 siano dati $A := (1, 0, 2, -1)$, $B := (3, 1, 1, 0)$, $C := (0, 1, 2, 1)$.

1

- (a) Determinare la dimensione dell'involuppo affine Σ generato da A, B, C .
Determinare equazioni parametriche di Σ .

Motivazione:

3

- (b) Sia Σ' il sottospazio affine di dimensione 2 di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x_1 = 2 + t_1 + 3t_2 \\ x_2 = 2t_1 \\ x_3 = 2 - t_1 - t_2 \\ x_4 = 1 + 3t_1 - t_2 \end{cases}.$$

Verificare se Σ e Σ' sono paralleli e, se lo sono, verificare se sono coincidenti o distinti.

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Siano dati i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 :

$$U = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a + b + c = 0\}$$

V sottospazio vettoriale avente come base $(1, 0, 0), (0, 1, 0)$.

3

(a) Determinare una base di $U \cap V$.

Motivazione:

2

(b) Determinare una base di $U + V$.

Motivazione:

3

(c) Determinare una base di un sottospazio vettoriale W di \mathbb{R}^3 supplementare di U .

Motivazione:

4. Sia V uno spazio vettoriale con base $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ e sia dato, al variare di h in \mathbb{R} , l'endomorfismo f di V associato alla matrice $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & h \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}$, rispetto alla base data.

2

- (a) Determinare, al variare di h , una base per il nucleo di f .

Motivazione:

3

- (b) Determinare tutti i valori di h per i quali f è diagonalizzabile.

Motivazione:

2

- (c) Posto $h = 3$, determinare una base di autovettori di f .

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, sia data la circonferenza γ di equazione $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$.

2

(a) Determinare i vertici del quadrato \mathcal{Q} circoscritto alla circonferenza γ e avente i lati paralleli agli assi coordinati.

--

Motivazione:

--

2

(b) Determinare un'equazione della circonferenza γ' circoscritta al quadrato \mathcal{Q} .

--

Motivazione:

--

3

(c) Determinare le quattro rette tangenti alla circonferenza γ' nei quattro vertici del quadrato \mathcal{Q} .

--

Motivazione:

--

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati i punti $A : (-1, 2, 3)$, $B : (1, 1, 1)$ e $C := (-1, -2, -1)$.

2

- (a) Determinare un'equazione cartesiana del piano α passante per A, B e C .

Motivazione:

3

- (b) Determinare un'equazione cartesiana del piano β passante per i punti A e B e ortogonale al piano α .

Motivazione:

2

- (c) Determinare equazioni cartesiane della retta passante per i punti A e B .

Motivazione: