

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi IN STAMPATELLO negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde a un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde a un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Per ognuno dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^3 verificare se si tratta di un sottospazio vettoriale e, in caso positivo, determinarne una base.

2

(a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0\}$

Motivazione:

2

(b) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = x - 2y + z + 1 = 0\}$

Motivazione:

2. Siano dati in \mathbb{R}^4 il punto P_0 di coordinate $(1, 1, 1, 1)$, il punto P_1 di coordinate $(3, 2, 4, 2)$, il punto P_2 di coordinate $(1, 2, 3, 2)$, il punto P_3 di coordinate $(1, 1, 1, 3)$, il punto P_4 di coordinate $(1, 1, 1, 2)$ e il punto P_5 di coordinate $(1, 1, 1, 4)$.

- 2 (a) Determinare una base dello spazio vettoriale V generato da $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$.

Motivazione:

- 2 (b) Determinare la dimensione del sottospazio affine Π contenente i punti $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$.

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3[x]$ (polinomi in una variabile a coefficienti reali di grado minore di 3):

$$V = \{p(x) \in \mathbb{R}^3[x] \mid p(-1) = 0\} \quad W = \{q(x) \in \mathbb{R}^3[x] \mid q(-2) = 0\}.$$

2

- (a) Determinare una base di V e una base di W .

Motivazione:

3

- (b) Determinare la dimensione di $V + W$ e la dimensione di $V \cap W$.

Motivazione:

2

- (c) Determinare una base di un sottospazio V' supplementare di V in $\mathbb{R}^3[x]$.

Motivazione:

4. Si consideri l'endomorfismo f di \mathbb{R}^3 associato, relativamente alla base canonica di \mathbb{R}^3 , alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

2

(a) Determinare una base di $\ker f$.

--

Motivazione:

--

2

(b) Determinare, se esiste, una base che sia formata da autovettori di f .

--

Motivazione:

--

3

(c) Determinare, se esiste, una base ortonormale che sia formata da autovettori di f .

--

Motivazione:

--

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto A di coordinate $(5, 5)$, il punto B di coordinate $(-1, 9)$ e il punto C di coordinate $(1, -1)$.

2

- (a) Verificare se il triangolo di vertici A, B e C è rettangolo.

Motivazione:

3

- (b) Descrivere tramite disequazioni la regione di piano data dai punti interni al triangolo di vertici A, B e C

Motivazione:

2

- (c) Determinare le coordinate dell'ortocentro del triangolo ABC .

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati i punti A di coordinate $(0, 1, 1)$, B di coordinate $(2, 2, 1)$, C di coordinate $(2, -3, -1)$ e D di coordinate $(-2, h - 2, h - 1)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.

- 2 (a) Determinare tutti valori di h per i quali i quattro punti siano complanari.

Motivazione:

- 3 (b) Determinare le coordinate del punto A' simmetrico di A rispetto al punto B .

Motivazione:

- 3 (c) Posto $h = 4$, determinare un'equazione cartesiana del piano π passante per i punti B e D e perpendicolare al piano α passante per A , B e C .

Motivazione: