



## Fisica I

Canale A-L: Prof. Marco Rossi - Canale M-Z: Prof.ssa Livia Lancia

Prova di esame del 9 gennaio 2015 – a.a. 2013-14



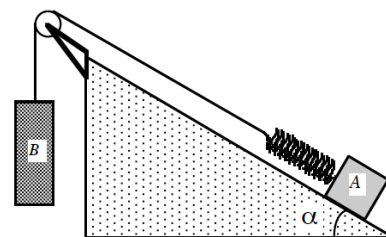
**Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli allievi che sostengono la prova da 6 CFU.**

1. Un punto materiale si trova sulla sommità di una semisfera di raggio  $r=2\text{m}$ . Viene quindi messo in movimento con un velocità iniziale di modulo  $v_0$  tangente alla superficie sferica. Nell'ipotesi di assenza di attrito, determinare:

a) il punto di distacco in funzione di  $v_0$ ;  
b) il valore massimo di  $v_0$  affinché il punto materiale non si stacchi subito dalla sfera.

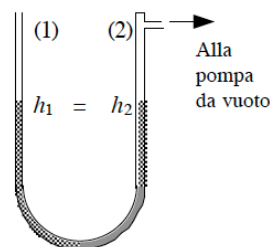
2. Un blocco A di massa  $M_A=50\text{kg}$  è poggiato su un piano inclinato scabro (coefficiente di attrito statico  $\mu_s=0.46$ ). Inoltre è collegato a una molla ideale di costante elastica  $K=1\cdot 10^3\text{ N/m}$  e massa trascurabile. La molla è a sua volta collegata ad una fune inestensibile e ad un bidone B sospeso per mezzo di una carrucola. Il bidone B contiene dell'acqua e ha una massa complessiva pari a  $M_B=20\text{kg}$ .

a) Dimostrare che in queste condizioni il blocco è in equilibrio statico.  
b) Dire quanti litri di acqua  $L$  dovranno essere aggiunti in B affinché A inizi a risalire il piano inclinato e quale sarà il massimo allungamento  $\Delta x_{\max}$  subito dalla molla prima che A si muova ( $\alpha=20^\circ$ ).



3. Un tubo ad 'U' di altezza di circa un metro e sezione uniforme viene riempito di mercurio (densità  $\rho=13,6\text{ g/cm}^3$ ) fino a circa metà della sua altezza. Inizialmente la superficie libera del mercurio si dispone alla stessa quota in quanto in entrambi i rami del tubo è presente aria alla pressione ambiente  $P_0$ .

In seguito, per mezzo di una pompa da vuoto, il ramo (2) del tubo viene evacuato completamente dell'aria in esso contenuto. Dire quale sarà la variazione di quota  $\Delta h_1$  della superficie libera del mercurio nel ramo rimasto aperto (1), a seguito di questa operazione.



4. Una mole di gas perfetto, inizialmente alla temperatura di  $t_0=27^\circ\text{C}$ , viene scaldata a pressione costante fino a portare la sua temperatura a  $t_1=127^\circ\text{C}$ . Sapendo che la quantità di calore assorbita dal gas durante tale trasformazione è di  $Q=693\text{ cal}$ : a) calcolare il lavoro compiuto  $L$ ;

b) determinare il tipo di gas perfetto.

5. Una massa  $m=0,25\text{kg}$  di Cu ad una temperatura  $T$  viene immersa in un recipiente contenente una massa  $m_1=0,1\text{kg}$  di acqua inizialmente alla temperatura  $T_1=320\text{K}$ . Quando il sistema raggiunge l'equilibrio termico, nel recipiente rimane una massa  $m_2=90\text{ g}$  di acqua. Determinare la temperatura iniziale  $T$  del rame e calcolare la variazione di entropia dell'universo, trascurando gli scambi di calore con l'ambiente esterno e considerando il sistema alla pressione atmosferica. [ $c=387\text{ J/kgK}$ ,  $\lambda_e=22,6\times 10^5\text{ J/kg}$ ]

## Sezione TEORIA

**Rispondete facoltivamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

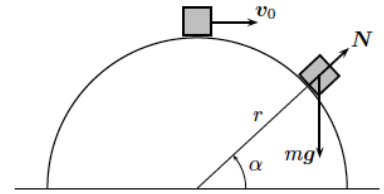
- T1. Illustrare i possibili tipi di equilibrio in un campo di forze conservative.  
T2. Dimostrare che la variazione di Entropia di un sistema isolato non può essere negativa. Si dia una definizione dell'energia interna di un sistema termodinamico. L'allievo illustri, inoltre, gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas ideale risulta dipendere dalla sola temperatura.

- - - - - SOLUZIONI - - - - -

### Esercizio 1

Fino a quando il punto materiale si trova a contatto con la superficie:

$$mg \sin \alpha - N = m \frac{v^2}{r}$$



La condizione di distacco è data da:  $N = 0 \Rightarrow g \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$

Per la conservazione dell'energia si ha che:  $\frac{1}{2} m v_0^2 + mgr = \frac{1}{2} m v^2 + mgr \sin \alpha$

Combinando le precedenti equazioni, si ricava il punto di distacco (individuato da  $\alpha$ ) in funzione di  $v_0$ :

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gr} \right)$$

La condizione di distacco nel punto di partenza si ha ponendo  $\alpha=90^\circ$ :

$$1 = \frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gr} \Rightarrow v_0 = \sqrt{gr} = 4.4 \text{ m/s}$$

### Esercizio 2

Se si suppone che il blocco sia in equilibrio statico, deve risultare che:

$$|M_B g - M_A g \sin \alpha| < \mu_s \cdot |N| = \mu_s M_A g \cos \alpha$$

Detto  $M'_B$  la massa minima necessaria a muovere A, questa si ricava da:

$$M'_B g = K \Delta x_{max}$$

$$\mu_s \cdot |N| = \mu_s M_A g$$

$$g \cos \alpha = M'_B g - M_A g \sin \alpha$$

$$\text{da cui si ottiene che } M'_B = M_A (\mu_s \cos \alpha + \sin \alpha) = 38.7 \text{ kg}$$

a) Il blocco è quindi effettivamente in **equilibrio statico**.

b) Se si vuol muovere quindi il blocco A, dovrà essere aggiunta in B una quantità di acqua pari a:

$$L = M'_B - M_B = 18.7 \text{ kg} = \mathbf{18.7 \text{ litri}} ;$$

$$\text{L'allungamento massimo della molla è dato da: } \Delta x_{max} = M'_B g / K = \mathbf{38 \text{ cm}}.$$

### Esercizio 3

$h_1$  e  $h_2$  siano le quote del mercurio nel ramo aperto e in quello chiuso, rispettivamente. Essendo la sezione del tubo uniforme, la variazione di quota  $\Delta h$  è pari alla metà della differenza dei livelli del mercurio nei due rami:  $\Delta h = |h_1 - h_2| / 2$ .

Essendo  $P_a = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta h = 38 \text{ cm}$

---

### Esercizio 4

a) Il lavoro nella trasformazione isobara è dato da:  $L = P (V_f - V_i)$

Utilizzando l'equazione di stato si ha:  $L = nR(T_f - T_i) = 831.4 \text{ J}$

b) Il calore  $Q_p$  scambiato in una trasformazione isobara è per definizione:  $Q_p = nC_p (T_f - T_i)$

La variazione di energia interna  $\Delta U$  in una qualunque trasformazione è data da:  $\Delta U = nC_v (T_f - T_i)$

Combinando le due relazioni ed utilizzando il I° principio della termodinamica si ottiene quindi:

$$C_p/C_v = Q/\Delta U = Q/(Q-L) = 1.4 \rightarrow \text{gas perfetto biatomico}$$

---

### Esercizio 5

Il blocco di rame cede calore all'acqua che si porta alla temperatura di ebollizione e quindi comincia evaporare. Il bilancio energetico è quindi dato dalla relazione:

$$mc(T - T_e) = m_1 c' (T_e - T_1) + (m_1 - m_2) \lambda_e \quad \Rightarrow \quad T \approx 841 \text{ K}$$

La variazione di entropia dell'universo coincide con quella del sistema ( $\Delta S_{\text{sist}}$ ), data da tre contributi: il rame che cede calore ( $\Delta S_1$ ), l'acqua che assorbe calore e si riscalda ( $\Delta S_2$ ) e l'acqua che evapora ( $\Delta S_3$ ):

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= \int_{T_1}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_e} \frac{m c dT}{T} = m c \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) \\ \Delta S_2 &= \int_{T_1}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_e} \frac{m_1 c' dT}{T} = m_1 c' \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) \\ \Delta S_3 &= \frac{\lambda_e (m_1 - m_2)}{T_e} \end{aligned}$$

$$\Delta S_{\text{sist}} = 46,28 \text{ J/K}$$