Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Fisica I

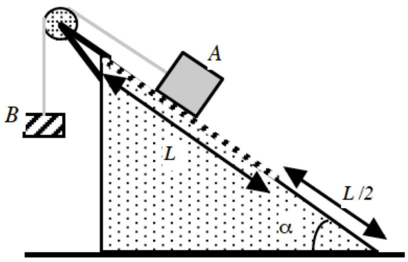
Canale A-L: *Prof. Marco Rossi* - Canale M-Z: *Prof.ssa Livia Lancia*

Prova di esame del 6 febbraio 2015 – *a.a. 2013-14*

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli allievi che sostengono la prova da 6 CFU.

1. Una giostra circolare possiede un momento di inerzia I=20x10^3 kg·m^2 ed è inizialmente ferma.
a) Nell'ipotesi di trascurare ogni forma di attrito, determinare quanta energia deve essere fornita dal motore collegato all'asse girevole della giostra per portarla ad un regime di rotazione pari a n_0=20giri/min.
b) Nell'ipotesi di presenza di forme di attrito, determinare quale deve essere la potenza erogata dal motore per mantenere la giostra ad un regime di rotazione costante pari a n_0, sapendo che il momento delle forze di attrito è in modulo pari a M_{attr}=2 kN·m ed ha verso contrario alla velocità angolare.

2. Il blocco *A* in figura, di massa *M* = 5kg, poggia in cima ad un piano inclinato a 45° ed è collegato, tramite una fune inestensibile e di massa trascurabile che passa su una carrucola (anch'essa di massa trascurabile), ad un secondo blocco *B* di massa *m* = 2kg. Il primo tratto del piano inclinato, di lunghezza *L*= 9m, è scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d = 0.15, mentre il tratto successivo, di lunghezza *L*/2, è liscio. Il sistema è inizialmente tenuto in quiete e successivamente abbandonato a se stesso. In tal modo il blocco A inizia a scivolare sul piano. All'istante in cui il blocco A raggiunge il tratto liscio viene tagliata la fune che lo collega a B. Calcolare il tempo totale impiegato dal blocco A per percorrere l'intero piano inclinato.



3. Una barca con sopra un masso di roccia galleggia sull'acqua di un lago chiuso (l'acqua non può né uscire né entrare nel lago). Successivamente il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago, dove rapidamente affonderà fino al fondo del lago stesso. Determinare se il livello delle acque del lago sarà maggiore, minore o uguale di quello misurato quando il masso si trovava sopra alla barca.

4. Un gas perfetto esegue un ciclo diretto reversibile formato da due isobare e da due adiabatiche. Sapendo che una delle due adiabatiche avviene tra i due stadi *A* e *B* con T_A=400 K e T_B=700K, mentre l'altra (tra gli stadi *C* e *D*) è caratterizzata da una temperatura massima *T*=1500K, si calcoli il rendimento del ciclo.

5. Una mole di gas perfetto monoatomico di volume V_0 e temperatura T_0 viene compressa in modo reversibile e adiabaticamente in modo da dimezzare il suo volume. Successivamente si pone il gas a contatto con una sorgente a temperatura T_0 in modo da riportarlo in maniera isocora alla sua temperatura iniziale. Calcolare la variazione di entropia del sistema gas+sorgente alla fine del processo.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Fare almeno due esempi di forze apparenti di tipo diverso.

T2. L'allievo illustri gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas perfetto risulta dipendere dalla sola temperatura.

- - - - - - SOLUZIONI - - - - - -

Esercizio 1

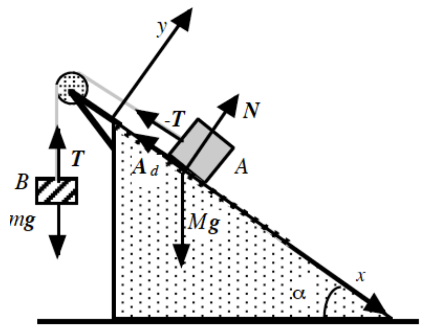
a) In base al teorema delle forze vive applicato ai corpi rigidi si ha per l'energia E fornita dal motore:

$$E = \frac{1}{2} I\omega_0^2 = \frac{1}{2} I\,(2\pi\, no)^2 = 4.4\ 10^4 \text{ J } (n_o = 20\text{giri/min} = 1/3 \text{ giro/s})$$

b) In presenza di forze di attrito e in condizioni di regime (rotazione costante) il momento delle forze di attrito M_{attr} deve uguagliare in modulo il momento delle forze motrici M_m. Si ha pertanto per la potenza erogata dal motore:

$$P = M_m \cdot \omega_o = M_{attr} \cdot \omega_o = 4200\ W$$

Esercizio 2



Il moto del blocco A è composto di due fasi: (1) $x=[0, L]$
(2) $x=[L, 3/2L]$.

Nella fase (1) l'equazione del moto è:

BLOCCO A $\quad x)\ Mg\ sen\alpha - T - A_d = Ma_1$
$\quad y)\ N - mg\ cos\alpha = 0$

BLOCCO B $\quad T - mg = m\ a_1$

da cui si ricava tenendo conto che $A_d = \mu_d N$: $\quad a_1 = g[M(sin\alpha - \mu\ d\ cos\alpha) - m]/(M+m)$

Il tempo impiegato a percorrere il primo tratto è pari a: $\quad t_1=(2L/a_1)^{1/2}$
La velocità del blocco alla fine del primo tratto è pari a: $\quad v_1=(2La_1)^{1/2}$

Nella fase (2) si ha:

BLOCCO A $\quad x)\ Mg\ sen\alpha = Ma_2$ ovvero: $a_2 = g \sin\alpha$

nel secondo tratto si ha un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale v_1 e pertanto:

$L/2=v_1t_2+1/2\ a_2t_2^2$ da cui si ricava il tempo impiegato per percorrerlo: $t_2=\dfrac{-v_1+\sqrt{v_1^2+La^2}}{a_2}$

$$t_{tot} = t_1 + t_2 = 4.2 \text{ s}$$

Esercizio 3

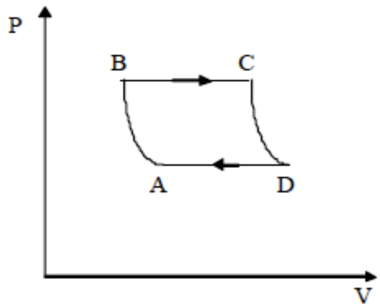
Il livello delle acque del lago si abbassa quando il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago. Infatti, indicando con M ed m la massa della barca e della roccia, rispettivamente e con V_I il volume immerso della barca quando la roccia si trova sopra di essa – pari al volume totale di acqua spostato V_S –, per il principio di Archimede deve essere:

$$(M+m)g = \rho V_I g \Rightarrow V_I = V_S = \frac{M+m}{\rho} = \frac{M+\rho_R V_R}{\rho} = \frac{M}{\rho} + \frac{\rho_R}{\rho} V_R$$

essendo ρ e ρ_R la densità dell'acqua e della roccia, rispettivamente ($\rho < \rho_R$ poiché la roccia, gettata nel lago, affonda), e V_R il volume della roccia. Quando la roccia è gettata nel lago, il volume immerso della barca, $V_I^{'}$, sempre per il principio di Archimede, sarà $V_I^{'} = M/\rho$.

Quindi, in questo caso il volume totale d'acqua spostata, $V_S^{'}$, sarà: $V_S^{'} = \dfrac{M}{\rho} + V_R < V_S$.

Esercizio 4



Per le trasformazioni adiabatiche si ha

$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma}$

$T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$

dividendo membro a membro ed essendo $P_A = P_D$ e $P_B = P_C$ si ha che

$$T_D = \frac{T_A T_C}{T_B} \cong 857K \qquad \Rightarrow \qquad \eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{nc_p(T_D - T_A)}{nc_p(T_C - T_B)} = 0.43$$

Esercizio 5

Durante la compressione adiabatica l'entropia del gas non varia.

Durante il raffreddamento (irreversibile) si ha invece: $\Delta S_{gas} = \tilde{c}_v \ln \dfrac{T_o}{T_1}$

essendo T_1 la temperatura dopo la compressione e prima del raffreddamento.

Essendo $(T_0V_0)^{\gamma-1} = (T_1V_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T_0/T_1 = 2^{1-\gamma}$ da cui: ΔS_{gas}= -5.76 J/K

Per la sorgente vale invece la relazione: $\Delta S_{sorg} = Q/T_o$

essendo Q, la quantità di calore ceduta dal gas alla sorgente, pari a: $Q = \tilde{c}_v (T_1 - T_0) = \tilde{c}_v T_o \left(\dfrac{T_1}{T_o} - 1 \right)$

Quindi ΔS_{sorg}=7.32 J/K e $\Delta S = \Delta S_{gas} + \Delta S_{sorg}$=1.57 J/K