Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Fisica I

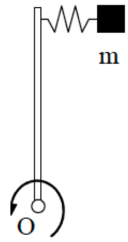
Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi*** **- Canale M-Z:** ***Prof.ssa Livia Lancia***

Prova di esame dell’ 11 luglio 2014 – *a.a. 2013-14*

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti. L’esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli allievi che sostengono la prova da 6 CFU.

1. L’elica di un generatore eolico, le cui pale sono lunghe R=10 m, con asse orizzontale, è inizialmente ferma. Per azione del vento costante, comincia a ruotare con moto uniformemente accelerato, raggiungendo in 3 minuti una velocità angolare ω=1.5 giri al minuto, che poi rimane costante. Considerando un punto posto all’estremo delle pale, determinare:
a) Quali sono i moduli della velocità e accelerazione dopo t_1= 80 s e dopo t_2= 200 s dall’inizio del moto.
b) Quanti giri (o frazione) percorre il punto nei primi 80 secondi.

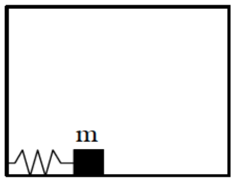
2. Tra la massa m e la sbarra (di massa M e lunghezza L) della figura è posta una molla di costante elastica k. Una corda mantiene i due elementi solidali e la molla compressa fra essi (ma non attaccata). Il sistema è posto su un piano orizzontale privo di attrito. La sbarretta è libera di ruotare senza attriti intorno all’asse perpendicolare al piano passante per il punto O. Ad un istante t^* (quello in figura) la corda viene tagliata. Determinare di quanto deve essere compressa la molla affinché la sbarra faccia un giro completo, dopo il lancio, in 10 s. Si trascuri la massa della molla. (M=1kg; m=5 kg; L=1 m; k=10 N/m)



3. Un pallone sonda ha una massa m=125 kg (strumentazione, ecc) e un involucro rigido di volume interno V=500m^3 che può essere riempito con un gas. Si supponga che a partire dal livello del mare (y=0) la densità dell’aria ρ diminuisca con l’altezza y secondo la relazione $\rho= \rho_0\, e^{-y/k}$, con y in metri, k=8 **x** 10^{3}m e ρ_0=1.29 kg/m^3.
a) calcolare l’accelerazione che acquista il pallone quando il volume V è riempito con gas elio (ρ_{He}=0.080 kg/m^3) ed è abbandonato da fermo al livello del mare;
b) trovare l’altezza $y=h$ alla quale il pallone (riempito con elio) si trova in equilibrio.
(**Nota**: si supponga la densità dell’elio costante con l’altezza)

4. La temperatura di n=2 moli di gas perfetto monoatomico viene inizialmente innalzata di ΔT_p=50 K a pressione costante e successivamente di ΔT_v =30K a volume costante. Per l’insieme delle due trasformazioni subite dal gas determinare:
a) il calore totale scambiato Q_{tot}
b) la variazione di energia interna ΔU.

5. Una massa m è collegata alle pareti di un contenitore rigido adiabatico contenente una mole di gas perfetto monoatomico tramite una molla ideale di costante elastica k. La molla è inizialmente compressa di una quantità Δx. Tutto il sistema è in equilibrio a temperatura T_{IN}=300 K. Ad un certo istante t_0 la molla viene rilasciata. Determinare la temperatura alla quale si porta tutto il sistema dopo che la massa ha cessato di oscillare e la variazione di entropia dell’universo. Si trascurino le capacità termiche del recipiente, della molla e l’attrito tra massa e recipiente. (Dati: Δx = 20cm, k=12 N/m, m=0.1 kg; calore specifico massa c_s=390J/(K kg))



Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

1. Ricavare la II equazione cardinale della meccanica per sistemi di punti materiali.

2. Spiegare cos’ è l’equivalente meccanico della caloria.

- - - - - - *SOLUZIONI* - - - - - -

ESERCIZIO 1

L'accelerazione angolare è: $\alpha=(\omega^*-\omega_0)/t^*$, dove $\omega_0=0$ e $\omega^*=1.5\ 2\pi/60=0.16$ rad/s.
Quindi: $\alpha=\omega^*/t^*=8.72\times10^{-4}$ rad/s^2.
All'istante $t_1=80$ s è $\omega_1=\alpha t_1=7.0\times10^{-2}$ rad/s. La velocità scalare $v_1=\omega_1 R=0.7$ m/s. Il modulo dell'accelerazione è: $a=(a_t^2+a_n^2)^{1/2}=4.94\times10^{-2}$m/s^2.
All'istante $t_2=200$ s il moto circolare è diventato uniforme. Quindi: $\omega_2=\omega^*=0.16$ rad/s; $v_2=\omega_2 R=1.6$ m/s; $a_t=0$, $a=a_n=v_2^2/R=0.26$ m/s^2.
L'angolo di cui è ruotata l'elica nei primi 80 s è: $\theta=(1/2)\alpha t^2=2.8$ rad$\rightarrow 2.8/2\pi=0.44$ giri.

ESERCIZIO 2

Rispetto al polo O si conserva il momento angolare del sistema sbarra + massa. Quindi dopo il lancio:

$$\frac{db_O^{tot}}{dt}=0\Rightarrow I_O\omega-Lmv_m=0$$

In assenza di attriti si conserva l'energia meccanica totale del sistema:

$$\frac{1}{2}I_O\omega^2+\frac{1}{2}mv_m^2=\frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$\Delta x=\sqrt{\frac{I_O\omega^2}{k}+\frac{I_O\omega^2}{mkL^2}}$$

Ma affinché la sbarra faccia un giro completo in $\Delta t=10$ s deve essere: $\omega=2\pi/\Delta t=0.63$rad/s
$\Delta x=11.8$ cm

ESERCIZIO 3

$P_{tot}=[m+\rho_{He}V]g=m_{tot}g=165g$ [N]
$S_o=S_{ldm}=\rho_o Vg=645g$ [N] $\quad > P_{tot}$
$S_o-P_{tot}=m_{tot}a\ \rightarrow\ a=28.54$ [m/s^2]

all'equilibrio: $S(h)=P_{tot}$
$\rho(h)Vg=P_{tot}\ \rightarrow\ \rho(h)=0.33$ kg/m^3
$\rho(h)=\rho_o e^{-y/k}$
$y=h=k\ \ln[\rho_o/\rho(h)]=8\times10^3\ln(1.29/0.33)\approx 11$ km

---

ESERCIZIO 4

Il calore scambiato da un sistema termodinamico dipende in generale dal tipo di trasformazione:

$$Q_p = n\tilde{c}_p \Delta T_p = n\frac{5}{2}R\Delta T_p = 2.08kJ$$

$$Q_v = n\tilde{c}_v \Delta T_v = n\frac{3}{2}R\Delta T_v = 0.75kJ$$

$$Q_{tot} = Q_p + Q_v = 2.83kJ$$

La variazione di energia interna di un gas perfetto dipende invece solo dalla differenza di temperatura tra stato iniziale e finale:

$$\Delta U = n\tilde{c}_v \Delta T_{tot} = n\frac{3}{2}R(\Delta T_p + \Delta T_v) = 2kJ$$

ESERCIZIO 5

L'energia meccanica (potenziale) associata inizialmente alla forza elastica della molla compressa viene dissipata e causa in un aumento di energia interna del sistema TD (massa+ gas). Non essendo presente lavoro di forze di pressione, per il primo principio della TD:

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = mc_s\Delta T + n\tilde{c}_v\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{(1/2)k\Delta x^2}{mc_s + n\tilde{c}_v} = 0.033K$$

Per la variazione di Entropia dell'universo:

$$\Delta S_u = \Delta S_{Gas} + \Delta S_m = n\tilde{c}_v \ln\frac{T_F}{T_I} + mc_s \ln\frac{T_F}{T_I} = 1.8mJ/K$$