CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 31 maggio 2001)
Compito A

A.1) Studiare il dominio di definizione e quello di olomorfia della funzione

$$f(z) = \log\left(\frac{1}{1-z}\right) \ .$$

$$I_{def} = \{z \in \mathbf{C} \ | z \neq 1\} \quad ; \quad I_{ol} = \mathbf{C} \setminus \begin{cases} x \geq 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

A.2) Determinare i valori del parametro $\lambda \in I\!R$ per cui il problema

$$\begin{cases} y'' + 3y = \lambda y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ammette soluzioni non nulle limitate, e individuarle.

$$\text{Per } \lambda > 3 : \quad y(x) = C_1 \ [\ e^{\sqrt{\lambda-3}\ x} \ - \ e^{-\sqrt{\lambda-3}\ x} \ ] \ = \ K_1 \sinh(\sqrt{\lambda-3}\ x)$$

$$\text{Per } \lambda = 3 : \quad y(x) = C_1 x$$

$$\text{Per } \lambda < 3 : \quad y(x) = C_1 \sin\sqrt{3-\lambda}\ x$$

Soluzioni limitate:
Per $\lambda \geq 3$: nessuna soluzione limitata, oltre quella banale.
Per $\lambda < 3$: tutte.

A.3) Calcolare

$$I \ = \ \iint_T xy \ dx \ dy$$

dove

$$T = \{(x,y) \quad | \quad x^2 + y^2 \leq 4 \quad ; \quad xy \geq \sqrt{3}\} \ .$$

$$I \ = \ 2 - \frac{3}{2}\log 3 \ .$$

A.4) Individuare una funzione $f(t) \in \mathbf{C}^1(I\!R)$ in modo che la forma differenziale

$$(3x^2y + 2xy^3) \ dx + (x^3 + f(xy)) \ dy$$

sia esatta in tutto $I\!R^2$. Individuare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(1,1) = 5$.

$$f(t) = 3t^2 \quad ; \quad F(x,y) = x^3y + x^2y^3 + 3$$

A.5) Studiare la convergenza puntuale, assoluta e totale della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5 - 3\cos nx}{e^{n(x-1)}} \ .$$

FAC.: cosa si può dire circa la convergenza uniforme ?

Convergenza assoluta e puntuale in $\Phi = \{x > 1\}$;
convergenza totale e uniforme in ogni intervallo $\Phi_\varepsilon = \{x \geq 1 + \varepsilon\} \quad ; \quad \varepsilon > 0$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 31 maggio 2001)
Compito B

B.1) Studiare il dominio di definizione e quello di olomorfia della funzione

$$f(z) = \log\left(\frac{1}{1+z}\right) \ .$$

$$I_{def} = \{z \in \mathbf{C} \ | z \neq -1\} \quad ; \quad I_{ol} = \mathbf{C} \setminus \begin{cases} x \leq -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

B.2) Determinare i valori del parametro $\lambda \in I\!\!R$ per cui il problema

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 2y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ammette soluzioni non nulle limitate, e individuarle.

$$\text{Per } \lambda < 2 : \quad y(x) = C_1[\, e^{\sqrt{2-\lambda}\ x} - \ e^{-\sqrt{2-\lambda}\ x}] \ = \ K_1 \sinh(\sqrt{2-\lambda}\ x)$$

$$\text{Per } \lambda = 2 : \quad y(x) = C_1 x$$

$$\text{Per } \lambda > 2 : \quad y(x) = \ C_1 \sin\sqrt{\lambda - 2}\ x$$

Soluzioni limitate:
Per $\lambda \leq 2$: nessuna soluzione limitata, oltre quella banale.
Per $\lambda > 2$: tutte.

B.3) Calcolare

$$I \ = \ \iint_T xy \ dx \ dy$$

dove

$$T = \{(x,y) \quad | \quad x^2 + y^2 \leq 8 \quad ; \quad xy \geq 2\sqrt{3}\} \ .$$

$$I \ = \ 8 - 6\log 3 \ .$$

B.4) Individuare una funzione $f(t) \in \mathbf{C}^1(I\!\!R)$ in modo che la forma differenziale

$$(y^3 + f(xy)) \ dx + (3xy^2 + 2x^3 y) \ dy$$

sia esatta in tutto $I\!\!R^2$. Individuare la primitiva $F(x,y)$ tale che $F(1,1) = 7$.

$$f(t) = 3t^2 \quad ; \quad F(x,y) = xy^3 + x^3y^2 + 5 \ .$$

B.5) Studiare la convergenza puntuale, assoluta e totale della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3 - 2\sin nx}{e^{n(2-x)}} \ .$$

FAC.: cosa si può dire circa la convergenza uniforme ?

Convergenza assoluta e puntuale in $\Phi = \{x < 2\}$;
convergenza totale e uniforme in ogni intervallo $\Phi_\varepsilon = \{x \leq 2 - \varepsilon\} \quad ; \quad \varepsilon > 0$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 12 giugno 2001)
Compito A

A.1) Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che la funzione

$$f(x) = \frac{\log(1+x)}{|x-\alpha|^{\frac{3}{2}}}$$

sia sommabile in $[\,0\,,\ +\infty)$.

$$\alpha \leq 0$$

A.2) Determinare tutte le soluzioni del seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt{y'} \quad e^{\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}\ \sqrt{\cos y}} \\ y(1) = 0\ . \end{cases}$$

$$y_1(x) = \arcsin(e^{2\sqrt{x}} - e^2) \qquad ; \qquad y_2(x) \equiv 0$$

A.3) vecchio ordinamento Considerare la superficie Σ, ottenuta facendo ruotare intorno all'asse z la curva del piano xz di equazione

$$z = -\frac{\sqrt{3}}{4x} \quad ; \quad x > 0$$

e si calcoli il baricentro della parte della sfera di centro l'origine e raggio 1, che si trova al di sotto di Σ.

$$x_B = y_B = 0 \qquad ; \qquad z_B = \frac{3}{32}(3\log 3 - 4)(3\sqrt{3} + 5)$$

A.3 bis) nuovo e nuovissimo ordinamento Data la funzione di due variabili

$$u(x,y) = \sin(x-2)\cosh y\ ,$$

verificare che sia armonica e determinare una funzione $v(x,y)$ affinché la funzione

$$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$$

risulti olomorfa.

$$v(x,y) = \cos(x-2)\sinh y \quad ; \quad f(z) = \sin(z-2)$$

A.4) Determinare una funzione $\mu(x,y,z)$ $(x > 0; y > 0; z > 0)$ in modo tale che, considerato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) \ = \ (y^2z^2\ ,\ x^2z^2\ ,\ x^2y^2)\ ,$$

il campo $\mu(x,y,z)\mathbf{F}(x,y,z)$ sia un gradiente e calcolare un relativo potenziale.
(sugg.: cercare $\mu(x,y,z)$ nella forma $\mu(x,y,z) = (xyz)^{\alpha}$).

$$\mu(x,y,z) = (xyz)^{-2} \quad ; \quad V(x,y,z) = -\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + C$$

A.5)

Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(x + \frac{\arctan x}{k} \right)^k \ .$$

Fac.: Detta $S(x)$ la somma della serie, quanto vale

$$\lim_{x \to 0} S(x) \quad ?$$

Perché ?

CONVERGENZA ASSOLUTA E PUNTUALE $\forall x : \ |x| < 1$;
CONVERGENZA TOTALE E UNIFORME in ogni intervallo $[\alpha, \beta]$; $-1 < \alpha < \beta < 1$.
$\lim_{x \to 0} \ S(x) = 0$ perché $S(x)$ è somma di serie di funzioni continue uniformemente convergente in ogni intervallo $[-a, a]$, $0 < a < 1$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 12 giugno 2001)
Compito B

B.1) Determinare i valori di $\alpha \in I\!R$ tali che la funzione

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{|x-\alpha|^{\frac{3}{2}}}$$

sia sommabile in $(-\infty\ ,\ 0\ ]$.

$$\alpha \geq 0$$

B.2) Determinare tutte le soluzioni del seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt{y'} \quad e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x}\ \sqrt{\sin y}} \\ y(1) = \dfrac{\pi}{2}\ . \end{cases}$$

$$y_1(x) = \arccos\left[\frac{3}{2}(e^2 - e^{2\sqrt[3]{x}})\right] \qquad ; \qquad y_2 \equiv \frac{\pi}{2}$$

B.3) vecchio ordinamento Considerare la superficie Σ, ottenuta facendo ruotare intorno all'asse z la curva del piano xz di equazione

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2x} \qquad ; \qquad x > 0$$

e si calcoli il baricentro della parte della sfera di centro l'origine e raggio $\sqrt{2}$, che si trova al di sopra di Σ.

$$x_B = y_B = 0 \qquad ; \qquad z_B = \frac{3\sqrt{2}}{32}(4 - 3\log 3)(3\sqrt{3} + 5)$$

B.3 bis) nuovo e nuovissimo ordinamento Data la funzione di due variabili

$$u(x,y) = \cos(x+1)\cosh y\ ,$$

verificare che sia armonica e determinare una funzione $v(x,y)$ affinché la funzione

$$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$$

risulti olomorfa.

$$v(x,y) = -\sin(x+1)\sinh y \qquad ; \qquad f(z) = \cos(z+1)$$

B.4)

Determinare una funzione $\mu(x,y,z)$ $(x > 0; y > 0; z > 0)$ in modo tale che, considerato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) \ = \ (y^3z^3\ ,\ x^3z^3\ ,\ x^3y^3)\ ,$$

il campo $\mu(x,y,z)\mathbf{F}(x,y,z)$ sia un gradiente e calcolare un relativo potenziale.

(sugg.: cercare $\mu(x,y,z)$ nella forma $\mu(x,y,z) = (xyz)^\alpha$).

$$\mu(x,y,z) = (xyz)^{-3} \qquad ; \qquad V(x,y,z) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\right) + C$$

B.5) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(x + \frac{\arcsin x}{k}\right)^k \ .$$

Fac.: Detta $S(x)$ la somma della serie, quanto vale

$$\lim_{x\to 0} S(x) \quad ?$$

Perché ?

CONVERGENZA ASSOLUTA E PUNTUALE $\forall x: \ |x| < 1$;
CONVERGENZA TOTALE E UNIFORME in ogni intervallo $[\alpha, \beta]$; $-1 < \alpha < \beta < 1$.
$\lim_{x\to 0} \ S(x) = 0$ perché $S(x)$ è somma di serie di funzioni continue uniformemente convergente in ogni intervallo $[-a, a]$, $0 < a < 1$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 28 giugno 2001)
Compito A

A.1) Determinare il valore del parametro reale α in modo che la funzione

$$u(x,y) = \alpha x^2 - y^2 + 2xy + \alpha y$$

verifichi identicamente l'equazione

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \ .$$

Per tale valore di α, determinare una funzione olomorfa $f(z)$, che abbia come parte reale $u(x,y)$.

$$\alpha = 1 \quad ; \quad v(x,y) = 2xy - x^2 - x + y^2 \quad ; \quad f(z) = (1-i)z^2 - iz \ .$$

A.2) Utilizzando le formule di Gauss-Green, calcolare $\int\int_D \ x^2 \ dx \ dy$, dove D è il dominio racchiuso dalla curva di equazioni parametriche $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $t \in [0, 2\pi]$, indicata nella figura.

$$\frac{\pi}{8}$$

A.3) vecchio ordinamento

Calcolare la posizione del baricentro della parte di cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$ compresa tra il piano xy e il piano di equazione $z = 3 + x$.

$$x_B = \frac{1}{12} \quad ; \quad y_B = 0 \quad ; \quad z_B = \frac{37}{24} \ .$$

A.3 bis)

nuovo e nuovissimo ordinamento

Studiare la sommabilità e l'integrabilità delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \arctan(x) \ \arctan(2x) \qquad ; \qquad g(x) = \sqrt{|x|} \ \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

su tutta la retta reale.

$f(x)$ è integrabile ma non sommabile; $g(x)$ non è integrabile.

A.4) Determinare un'equazione differenziale lineare che ammetta come soluzioni le funzioni

$$1 \quad ; \quad \sin 2x \quad ; \quad \cos 2x \ .$$

$$y''' + 4y' = 0 \ .$$

A.5) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^{k-1} \ \frac{[\log(2x-1)]^{k+2}}{k} \ ,$$

e calcolarne la somma.

CONV. SEMPLICE per $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{e}\right) < x \leq \frac{1}{2}(1+e)$;
CONV. ASSOLUTA per $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{e}\right) < x < \frac{1}{2}(1+e)$;
CONV. TOTALE in $[\alpha,\beta]$; $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{e}\right) < \alpha < \beta < \frac{1}{2}(1+e)$;
CONV. UNIFORME in $\left[\ \alpha, \ \frac{1}{2}(1+e)\ \right]$; $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{e}\right) < \alpha < \frac{1}{2}(1+e)$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 28 giugno 2001)
Compito B

B.1) Determinare il valore del parametro reale α in modo che la funzione

$$u(x,y) = x^2 - \alpha y^2 + 2xy + \alpha y$$

verifichi identicamente l'equazione

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \ .$$

Per tale valore di α, determinare una funzione olomorfa $f(z)$, che abbia come parte reale $u(x,y)$.

$$\alpha = 1 \quad ; \quad v(x,y) = 2xy - x^2 - x + y^2 \quad ; \quad f(z) = (1-i)z^2 - iz \ .$$

B.2) Utilizzando le formule di Gauss-Green, calcolare $\int\int_D \ y^2 \ dx \ dy$, dove D è il dominio racchiuso dalla curva di equazioni parametriche $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin t \end{cases}$, $t \in [0, 2\pi]$, indicata nella figura.

$$\frac{\pi}{8}$$

B.3) vecchio ordinamento

Calcolare la posizione del baricentro della parte di cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$ compresa tra il piano xy e il piano di equazione $z = 2 - y$.

$$x_B = 0 \quad ; \quad y_B = -\frac{1}{8} \quad ; \quad z_B = \frac{17}{16} \ .$$

B.3 bis)

nuovo e nuovissimo ordinamento

Studiare la sommabilità e l'integrabilità delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \arctan(\frac{x}{2}) \ \arctan(3x) \qquad ; \qquad g(x) = |x| \ \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

su tutta la retta reale.

$f(x)$ è integrabile ma non sommabile; $g(x)$ non è integrabile.

B.4) Determinare un'equazione differenziale lineare che ammetta come soluzioni le funzioni

$$1 \quad ; \quad \sin 3x \quad ; \quad \cos 3x \ .$$

$$y''' + 9y' = 0 \ .$$

B.5) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^{k-1} \ \frac{[\log(2-x)]^{k+3}}{k} \ ,$$

e calcolarne la somma.

CONV. SEMPLICE per $2-e \ \leq \ x \ < \ 2-\frac{1}{e}$;
CONV. ASSOLUTA per $2-e \ < x \ < \ 2-\frac{1}{e}$;
CONV. TOTALE in $[\alpha,\beta]$; $2-e \ < \ \alpha \ < \ \beta \ < \ 2-\frac{1}{e}$;
CONV. UNIFORME in $[2-e,\beta]$; $2-e \ < \ \beta \ < \ 2-\frac{1}{e}$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 12 luglio 2001)
Compito A

A.1) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x & \text{se } x \in (0, \pi) \\ 0 & \text{se } x = 0, \pi \end{cases}$$

prolungata in modo dispari in $[-\pi, \pi]$ e poi per periodicità in $I\!R$. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier di f e studiarne la convergenza puntuale e uniforme.

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} \left[1 - 3(-1)^k\right] \sin(kx) = 8 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin[(2m-1)x]}{(2m-1)} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(2mx)}{m} \qquad \forall x \in I\!R$$

CONVERGENZA UNIFORME in ogni intervallo $[\alpha, \beta]$; $k\pi < \alpha < \beta < (k+1)\pi$; $k \in \mathbf{Z}$

A.2) Data

$$\omega(x, y) = \cos\left(\frac{\pi}{y}\right) \, dx + \frac{\pi x}{y^2} \sin\left(\frac{\pi}{y}\right) \, dy \ ,$$

calcolare

$$\int_{\gamma^+} \omega \ ,$$

dove γ^+ è il grafico della funzione $y = 1 - 3x^2$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, orientato nel verso delle x crescenti.

1

A.3) vecchio ordinamento

Sia T il cilindro

$$T = \{(x, y, z) \in I\!R^3 \ : \ 0 \le x^2 + y^2 \le 1 \ , \ 0 \le z \le 1\}.$$

Calcolare

$$\int_{\partial T+} (x + z^2) \, dy \, dz + (y^2 + x^2) \, dz \, dx + (z^2 + x) \, dx \, dy \ .$$

-2π

A.3 bis) nuovo e nuovissimo ordinamento

Sia T il cilindro

$$T = \{(x, y, z) \in I\!R^3 \ : \ 0 \le x^2 + y^2 \le 1 \ , \ 0 \le z \le 1\}.$$

Calcolare

$$\int_{\partial T+} (x + z^2) \, dy \, dz + (y + x^2) \, dz \, dx + (z + x) \, dx \, dy \ .$$

-3π

A.4) Data la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z - i)^k}{(5k)^{\frac{1}{3}}} \ ,$$

studiarne la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale e individuare un aperto in cui la somma sia olomorfa.

CONVERGENZA ASSOLUTA in $B^0(i,1) = \{z \in \mathbf{C} \mid |z-i| < 1\}$
CONVERGENZA SEMPLICE in $B^0(i,1) \cup \{i-1\}$
CONVERGENZA TOTALE E UNIFORME in $\bar{B}(i,r)$; $0 < r < 1$

A.5) Al variare del parametro reale β, determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 2\beta y' + \beta^2 y = e^{-2x} \ ,$$

e individuare tutte le soluzioni tali che

$$\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0 \ .$$

$$\beta \neq -2 : \quad y(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 x e^{\beta x} + \frac{1}{(2+\beta)^2} e^{-2x}$$

$$\beta = -2 : \quad y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \frac{1}{2} x^2 e^{-2x}$$

$\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$:

$$\beta < 0 : \qquad \forall \ C_1 \ , \ C_2 \in I\!R \ ;$$

$$\beta \geq 0 : \qquad C_1 = C_2 = 0 \ .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
(prova scritta di ANALISI MATEMATICA II - 12 luglio 2001)
Compito B

B.1) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} - \pi & \text{se } x \in (0, \pi) \\ 0 & \text{se } x = 0, \pi \end{cases}$$

prolungata in modo dispari in $[-\pi, \pi]$ e poi per periodicità in $\mathbb{R}$. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier di f e studiarne la convergenza puntuale e uniforme.

$$f(x) = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[2(-1)^k - 3\right] \sin(kx) = -\frac{10}{3} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin[(2m-1)x]}{(2m-1)} - \frac{1}{3} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(2mx)}{m} \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

CONVERGENZA UNIFORME in ogni intervallo $[\alpha, \beta]$; $k\pi < \alpha < \beta < (k+1)\pi$; $k \in \mathbf{Z}$

B.2) Data

$$\omega(x, y) = \frac{\pi y}{x^2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \, dx + \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \, dy \ ,$$

calcolare

$$\int_{\gamma^+} \omega \ ,$$

dove γ^+ è il grafico della funzione $x = 1 - 3y^2$, $y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, orientato nel verso delle y crescenti.

1

A.3) vecchio ordinamento

Sia T il cilindro

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \le x^2 + y^2 \le 1 \ , \ 0 \le z \le 1\}.$$

Calcolare

$$\int_{\partial T^+} (2x + z^2) \, dy \, dz + (2y^2 + z^2) \, dz \, dx + (3z^2 + y) \, dx \, dy \ .$$

-5π

A.3 bis) nuovo e nuovissimo ordinamento

Sia T il cilindro

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \le x^2 + y^2 \le 1 \ , \ 0 \le z \le 1\}.$$

Calcolare

$$\int_{\partial T^+} (2x + z^2) \, dy \, dz + (2y + x^2) \, dz \, dx + (3z + y) \, dx \, dy \ .$$

-7π

A.4) Data la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z+i)^k}{(3k)^{\frac{1}{5}}} \ ,$$

studiarne la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale e individuare un aperto in cui la somma sia olomorfa.

CONVERGENZA ASSOLUTA in $B^0(-i,1) = \{z \in \mathbf{C} \mid |z+i| < 1\}$
CONVERGENZA SEMPLICE in $B^0(-i,1) \cup \{-i-1\}$
CONVERGENZA TOTALE E UNIFORME in $\bar{B}(-i,r)$; $0 < r < 1$

A.5) Al variare del parametro reale β, determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 2\beta y' + \beta^2 y = e^x \ ,$$

e individuare tutte le soluzioni tali che

$$\lim_{x \to -\infty} y(x) = 0 \ .$$

$$\beta \neq 1 : \quad y(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 x e^{\beta x} + \frac{1}{(1-\beta)^2} e^x$$

$$\beta = 1 : \quad y(x) = C_1 e^x + C_2 x e^x + \frac{1}{2} x^2 e^{-2x}$$

$\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$:

$$\beta > 0 : \qquad \forall \ C_1 \ , \ C_2 \in I\!R \ ;$$
$$\beta \leq 0 : \qquad C_1 = C_2 = 0 \ .$$