

Corso di Geometria 2010-11
BIAR, BSIR
Esercizi 8

Esercizio 1. a) Disegnare la retta r di equazione cartesiana $x - 2y - 4 = 0$.

- b) Determinare l'equazione cartesiana della retta r_1 passante per $P_0 = (1, 1)$ e parallela a r .
- c) Determinare l'equazione cartesiana della retta r_2 passante per l'origine e parallela a r .
- d) Scrivere equazioni parametriche di r .

Esercizio 2. Nel piano sono dati i punti $P_1 = (1, 2)$, $P_2 = (2, -1)$.

- a) Determinare l'equazione cartesiana della retta r passante per P_1 e P_2 .
- b) Determinare equazione cartesiana e equazioni parametriche della retta r_1 passante per P_1 e parallela al vettore $\vec{v} = (2, -3)$ (cioè, $\vec{v} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$).
- c) Determinare l'equazione cartesiana della retta r_2 passante per P_2 e parallela alla retta r_1 trovata in b).
- d) Disegnare le rette trovate.

Esercizio 3. Nel piano sono date le rette $r : x - 2y + 3 = 0$, $r' : 2x + y + 1 = 0$.

- a) Verificare che le rette non sono parallele, e calcolare le coordinate del punto A , intersezione di r e r' .
- b) Determinare l'equazione cartesiana della retta passante per il punto A trovato in a) e parallela all'asse y .
- c) Calcolare l'area del triangolo formato dall'origine e dalle intersezioni di r con gli assi coordinati.

Esercizio 4. Disegnare i punti $A = (1, 3)$, $B = (3, 4)$, $C = (4, 1)$.

- a) Determinare le coordinate del punto D tale che $ABDC$ sia un parallelogramma.
- b) Determinare le coordinate del punto D' tale che $ABCD'$ sia un parallelogramma.
- c) Disegnare i parallelogrammi in a) e b).

- d) È vero che i punti D, C, D' sono allineati?
 e) È vero che i vettori \overrightarrow{CD} e $\overrightarrow{D'C}$ sono equipollenti?

Esercizio 5. a) Disegnare il vettore \vec{v} che ha coordinate $(2, 1)$ ed è applicato nel punto $A = (1, -3)$. (Per definizione, \vec{v} è equipollente al vettore che congiunge l'origine e il punto $(2, 1)$).

b) Calcolare le coordinate del vertice di \vec{v} .

Esercizio 6. Nel piano sono date le rette

$$r_1 : x - y + 2 = 0, \quad r_2 : kx - 2y + 1 = 0.$$

- a) Per quali valori di k le rette risultano parallele?
 b) Per quali valori di k le rette si incontrano in un punto sull'asse x ?

Esercizio 7. Nel piano sono dati i punti $A = (2, 1), B = (-1, 5), C = (5, -3)$.

- a) Stabilire se i tre punti sono allineati; in caso affermativo, determinare l'equazione della retta che li contiene.
 b) Trovare le coordinate del punto D tale che il vettore \overrightarrow{OD} sia equipollente al vettore \overrightarrow{AB} .
 c) Trovare le coordinate del punto E tale che il vettore \overrightarrow{BE} sia equipollente al vettore \overrightarrow{OA} .

Esercizio 8. Nel piano sono dati la retta $r : x - 2y + 5 = 0$ e i punti $A = (1, 4), B = (k, 3)$.

- a) Per quali valori di k il punto B appartiene a r ?
 b) Per quali valori di k il vettore \overrightarrow{AB} è parallelo a r ?

Esercizio 9. Nel piano sono dati i punti $A = (-1, 1), B = (2, 3), C = (0, -4)$.

- a) Verificare che i punti non sono allineati.
 b) Disegnare il vettore $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ e calcolare le coordinate del suo vertice.
 c) Determinare l'equazione della retta passante per C e parallela al vettore \overrightarrow{AB} .

Esercizio 10. Consideriamo le rette $r : ax + by + c = 0$ e $r' : a'x + b'y + c' = 0$, e le matrici $A = \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}, A' = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{pmatrix}$. Dare un'interpretazione geometrica di ciascuna delle seguenti condizioni:

- a) $\text{rk}A = \text{rk}A' = 1$.
 b) $\text{rk}A = 1, \text{rk}A' = 2$.
 c) $\text{rk}A = \text{rk}A' = 2$.

Esercizio 11. Sono dati i punti del piano $A = (1, 0)$, $B = (3, 2)$, $C = (-2, 1)$. Determinare:

- L'equazione cartesiana della retta r passante per A e perpendicolare alla retta per i punti B e C .
- L'equazione cartesiana della retta r' passante per C e parallela alla retta per i punti A e B .
- L'eventuale intersezione delle rette r e r' .

Esercizio 12. Dato il punto $A = (1, -1)$ e la retta $r : x - y - 5 = 0$, determinare:

- La proiezione ortogonale di A sulla retta r .
- La distanza di A da r .
- Il punto A' , simmetrico di A rispetto alla retta r .

Esercizio 13. Sono dati i punti del piano $A = (1, 0)$, $B = (3, 2)$, $C = (-2, 1)$. Determinare:

- L'insieme dei punti del piano equidistanti dai punti A e B .
- L'insieme dei punti del piano equidistanti dai punti A, B e C .

Esercizio 14. Si consideri il triangolo T di vertici $A = (1, 0)$, $B = (3, 2)$, $C = (-2, 1)$.

- Calcolare il perimetro di T .
- Calcolare l'area di T .
- Calcolare il coseno di ciascuno degli angoli di T .

Esercizio 15. Sono dati la retta $r : x - y - 2 = 0$ e i punti $O = (0, 0)$ e $A = (4, 1)$.

- Determinare gli eventuali punti P sulla retta r tali che il triangolo di vertici P, O, A sia rettangolo in P .
- Determinare gli eventuali punti P sulla retta r equidistanti da O e A .

Esercizio 16. a) Data la retta $r : x - y - 2 = 0$, disegnare l'insieme dei punti del piano $P = (x, y)$ che verificano la disequazione $x - y - 2 \leq 0$.

b) Disegnare l'insieme dei punti del piano che verificano tutte le disequazioni seguenti:

$$\begin{cases} x - y - 2 < 0 \\ x > 0 \\ x + y - 4 < 0. \end{cases}$$

Esercizio 17. Siano $A = (1, 2)$, $B = (2, 1)$ due punti del piano e sia r la retta di equazioni parametriche $r : \begin{cases} x = t \\ y = t - 3 \end{cases}$. Determinare

- Gli eventuali punti P sulla retta r tali che A, B, P risultino allineati.
- Gli eventuali punti Q sulla retta r tali che il triangolo di vertici A, B, Q abbia area 2.