

Corso di Geometria 2010-11
BIAR, BSIR
Esercizi 9

Esercizio 1. Nello spazio sono dati i punti $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 4, 5)$, $C = (1, 1, 4)$.

- Scrivere equazioni parametriche della retta r_1 passante per A e B .
- Scrivere equazioni parametriche della retta r_2 passante per C e parallela alla retta r_1 .
- Scrivere l'equazione cartesiana del piano passante per A, B, C .
- Scrivere l'equazione del piano passante per A e parallelo al piano $x - y + 2z + 4 = 0$.

Esercizio 2. a) Scrivere le equazioni parametriche della retta r parallela all'asse z e passante per $P_0 = (1, 2, 0)$.

b) Scrivere equazioni parametriche della retta $s : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

- È vero che r è parallela a s ?
- È vero che r e s sono incidenti?

Esercizio 3. a) Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente l'origine e la retta

$$r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

b) Determinare le coordinate di un punto A tale che il vettore \overrightarrow{OA} sia non nullo e parallelo alla retta r . È vero che A deve appartenere al piano π ?

Esercizio 4. Calcolare i parametri direttori della retta $r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ e scrivere l'equazione del piano contenente r e passante per l'origine.

Esercizio 5. Determinare l'equazione del piano passante per $A = (1, 1, 4)$ e parallelo a entrambe le rette:

$$r : \begin{cases} x - 3 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + 2z + 2 = 0 \end{cases}.$$

Esercizio 6. Si considerino i punti $P_1 = (1, 0, 0)$, $P_2 = (0, 1, 0)$, $P_3 = (1, 3, -1)$, $P_4 = (1, -3, 1)$, la retta r passante per P_1 e P_2 , e la retta s passante per P_3 e P_4 .

a) Stabilire se le rette r ed s sono complanari o sghembe; se complanari, determinare l'equazione del piano che le contiene.

b) Esiste un piano passante per P_1, P_2 , parallelo al piano $\pi : x + 2y - z = 0$?

Esercizio 7. Dimostrare che le rette $r : \begin{cases} x - 2z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x + y - 3z + 4 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$ sono parallele (dunque complanari) e determinare l'equazione del piano che le contiene.

Esercizio 8. a) Stabilire se le rette $r_1 : \begin{cases} y - z = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ sono complanari o sghembe.

b) Esiste una retta passante per $P_0 = (2, 0, 2)$, che incontra sia r_1 che r_2 ?

Esercizio 9. Sono dati il piano $\pi : x + 2y + z + 1 = 0$ e il punto $P_0 = (-4, 1, 1) \in \pi$. Trovare le equazioni cartesiane della retta r contenuta nel piano π , passante per P_0 e incidente l'asse z .

Esercizio 10. Si considerino i punti $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$, $D = (-1, -1, -1)$.

a) Stabilire se i punti A, B, C, D sono complanari oppure no.

b) Scrivere l'equazione del piano π passante per D e parallelo al piano per A, B, C .

c) Scrivere l'equazione del piano π' contenente D e la retta per A e B .

d) Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per l'origine, parallelo sia alla retta per A e B che alla retta per C e D .

Esercizio 11. Consideriamo il piano π di equazione $ax + by + cz + d = 0$ e la retta r di equazioni cartesiane: $\begin{cases} a'x + b'y + c'z + d' = 0 \\ a''x + b''y + c''z + d'' = 0 \end{cases}$. Dimostrare che r è parallela a π se e solo se:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = 0.$$

Esercizio 12. Trovare l'equazione del piano passante per la retta $r : \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + z - 3 = 0 \end{cases}$ e parallelo alla retta s di equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Esercizio 13. Per quali valori di k i quattro punti $(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 2), (1, k, 3)$ sono coplanari?