

.....
COGNOME E NOME

.....
MATRICOLA

| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | D1 | D2 | D3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

.....
FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale A-L
Ingegneria Gestionale - Sapienza Università di Roma

15/02/16

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1 (5 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{|x-1|}}{x+2},$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Esercizio 2 (4 punti)

Studiare in $(0, 0)$ la continuità, la derivabilità e la differenziabilità della funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

Esercizio 3 (4 punti) Scrivere la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$x' = \frac{2t}{t^2 - 1}x + \frac{4t}{1 - t^2} \quad \text{dove } t \in (-1, 1).$$

.....
Esercizio 4 (4 punti)

Studiare il carattere della serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{k=1}^{\infty} n \left(1 - \cos \left(\frac{1}{n} \right) \right)^{\alpha}.$$

Domanda 1 (3 punti)

Scrivere la definizione di limite di una funzione di una variabile reale.

.....

Domanda 2 (3 punti)

Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$z^6 = i.$$

.....

Domanda 3 (3 punti) Dimostrare per induzione la crescita della successione $a_n = \frac{n}{n+1}$.

.....
COGNOME E NOME

.....
MATRICOLA

| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | D1 | D2 | D3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

.....
FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale I

05/02/19

Ingegneria Informatica e Automatica - Sapienza Università di Roma

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1 (5 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x| - 1},$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Esercizio 2 (4 punti)

Dopo aver disegnato il seguente dominio di \mathbb{R}^2

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\},$$

calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D e^{x^2+y^2} dx dy.$$

.....

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\log(1+x) - \sin x}$$

Esercizio 4 (4 punti)

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{|\alpha|^k}{k^3}.$$

.....

Esercizio 5 (4 punti)

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 1 = 0, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 3. \end{cases}$$

Domanda 1 (3 punti)

Scrivere la definizione di limite di una funzione di due variabili reali.

.....

Domanda 2 (3 punti)

Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$(z + i)^{16} = 1.$$

.....

Domanda 3 (3 punti) Dimostrare per induzione la seguente identità $(e^{2x})^{(n)} = 2^n e^{2x}$, per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $x \in \mathbf{R}$.

.....
 COGNOME E NOME MATRICOLA

| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | D1 | D2 | D3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

.....
 FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale I 04/06/19
 Ingegneria Informatica e Automatica - Sapienza Università di Roma

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1 (5 punti)

Data la funzione

$$f(x) = |x|e^{x^2-1},$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Esercizio 2 (4 punti)

Dopo aver disegnato l'insieme di definizione della seguente funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{1}{\sin(x - y)}$$

studiarne continuità, derivabilità e differenziabilità.

.....

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[e^{\sqrt{x-1}} - \cos(x-1)]\sqrt{x-1}}{\log(x) - \sin(x-1)}$$

Esercizio 4 (4 punti)

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{2^{\alpha n}}.$$

.....

Esercizio 5 (4 punti)

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y' = ye^{x+1}.$$

Domanda 1 (3 punti)

Scrivere la definizione di derivata di una funzione reale di variabile reale.

Domanda 2 (3 punti)

Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$z^{16} = z^{14}.$$

Domanda 3 (3 punti) Dimostrare per induzione su $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ che

$$\sum_{k=2}^n k = \frac{n(n+1) - 2}{2}.$$

.....
 COGNOME E NOME MATRICOLA

| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | D1 | D2 | D3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

.....
 FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale I 25/06/19
 Ingegneria Informatica e Automatica - Sapienza Università di Roma

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1 (5 punti)

Data la funzione

$$f(x) = x \ln(x),$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Esercizio 2 (4 punti)

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D e^{x^2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x\}$$

.....

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (e^x - 1)}{x^2}$$

Esercizio 4 (4 punti)

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n(1 - \cos(n)).$$

.....

Esercizio 5 (4 punti)

Calcolare, se esistono, i punti stazionari della seguente funzione di due variabili specificando, mediante valutazione della matrice Hessiana, la natura di tali punti:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - x + 1.$$

Domanda 1 (3 punti)

Scrivere la definizione di equazione differenziale ordinaria di ordine 1 e di relativo problema di Cauchy.

.....

Domanda 2 (3 punti)

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$z^2 - |z| = 0.$$

.....

Domanda 3 (3 punti) Ricordando che $|x + y| \leq |x| + |y|$, dimostrare la seguente disuguaglianza

$$|x_1 + \dots + x_n| \leq |x_1| + \dots + |x_n|,$$

utilizzando il principio di induzione (su $n \in \mathbb{N}$).

.....
 COGNOME E NOME MATRICOLA

| E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | D1 | D2 | D3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

.....
 FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale I 04/09/19
 Ingegneria Informatica e Automatica - Sapienza Università di Roma

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1 (5 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 + 1),$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

Esercizio 2 (4 punti)

Dopo aver disegnato il sottoinsieme $D \subset \mathbb{R}^2$, calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

.....

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(x+1) - (e^x - 1)^2}{x^3}.$$

Esercizio 4 (4 punti)

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right).$$

.....

Esercizio 5 (4 punti)

Calcolare, se esistono, i punti stazionari della seguente funzione di due variabili specificando la natura di tali punti:

$$f(x, y) = x^2 - y^2.$$

Domanda 1 (3 punti)

Scrivere la definizione di limite per una funzione reale di una variabile reale.

.....

Domanda 2 (3 punti)

Calcolare tutte le soluzioni seguente equazione in campo complesso:

$$z^{13} - 1 = 0.$$

.....

Domanda 3 (3 punti) Utilizzando il principio di induzione (su $n \in \mathbb{N}$), dimostrare la seguente disuguaglianza

$$(1 + a)^n \geq na + 1,$$

per ogni $a \geq -1$.