

**Corso di analisi matematica I 12 c.f.u.**

**Facoltà di ingegneria dell'informazione, informatica e statistica**

**Corso di laurea in ingegneria gestionale**

**a.a. 2015/2016 Tutor: Andrea Bendinelli**

## Indice

I	Esercitazione 20/10/2015	3
II	Esercitazione 27/10/2015	5
III	Esercitazione 03/11/2015	6
IV	Esercitazione 10/11/2015	7
V	Esercitazione 17/11/2015	9
VI	Esercitazione 24/11/2015	11
VII	Esercitazione 01/12/2015	13
VIII	Esercitazione 15/12/2015	15

## Part I

### Esercitazione 20/10/2015

Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successioni e di funzioni

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n!}{n^n - n!}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\log(n)}{\sqrt{n-\log(n)}}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin(x)}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \operatorname{tg}(\log(1+3x))$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(2x) - 2 \log(1 + \sin^4(x))}{\log(1-x^4)}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(5x)) \operatorname{tg}(3x)}{\log(1+x^3)}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1-7x)}{\sqrt{1-\cos(x)}}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1 \right)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+x+4}-2}{\log(1+x+x^2)-x}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^2(2x)}{\operatorname{tg}\left(\frac{x^3}{2}\right)}$$

## Part II

### Esercitazione 27/10/2015

Calcolare i domini delle seguenti funzioni di una variabile reale, i limiti agli estremi del dominio, gli asintoti.

$$1) f(x) = \log[|\sqrt{x+1} - 1|] + 1$$

$$2) f(x) = |x|e^{-\frac{1}{x}}$$

$$3) f(x) = \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sqrt{3}\sin(x) - \cos(x)} \text{ in } [0, 2\pi]$$

$$4) f(x) = \frac{\cos^2(x)}{1+2\sin(x)} \text{ in } [0, 2\pi]$$

$$5) f(x) = \sqrt{\frac{2\sin(x)-1}{\cos(x)}} \text{ in } [0, 2\pi]$$

$$6) f(x) = \log\left(\frac{|x-1|}{x+1}\right)$$

Part III

Esercitazione 03/11/2015

Tracciare un grafico qualitativo della seguente funzione

$$f(x) = xe^{\frac{1}{\ln(x)}}$$

Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2(x)}{(e^x - 1 - x)^2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{-\frac{1}{2}} \cos(x-1) - e^{\frac{x^2-2x}{2}}}{\sin(x-1) \arctg(x-1)}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1+2x)^{\frac{1}{2}} - (1+\sin(2x))^{\frac{1}{2}}}{2x^3}$$

**Part IV**

**Esercitazione 10/11/2015**

**Studiare la continuità della seguente funzione**

$$1) f(x) = \frac{\log(1+x^2-x)}{x^2-2x}$$

**Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso**

$$2) (z+2)^4 = (z-1)^4$$

$$3) |z+2i| = 2|z|$$

$$4) (1+z)^5 = |1+z|$$

$$5) z^2 = i(\operatorname{Im}(z))^2 + |z|^2$$

$$6) z^4 - 4|z|^2 = z^2(|z|^2 - 4)$$

**Risolvere i seguenti integrali indefiniti**

$$7) \int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+2} dx$$

$$8) \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$$

$$9) \int \frac{\log^2(x)+1}{x\log(x)} dx$$

$$10) \int \frac{1}{x^2+1} dx$$

$$11) \int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$12) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx$$

## Part V

### Esercitazione 17/11/2015

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti

$$1) \int \sin(x) \ln(\sin(x)) dx$$

$$2) \int_{-1}^1 \frac{x^2}{|x|+1} dx$$

$$3) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin(x) - \frac{1}{2} \right| dx$$

$$4) \int_0^3 \arctan(\sqrt{x}) dx$$

$$5) \int \frac{5}{x \ln(3x^2)} dx$$

$$6) \int \frac{e^{3x}}{e^{2x} - 5e^x + 6} dx$$

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche numeriche

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{4n+1}) \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

$$2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{-n}}{\ln(n)}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (a^2 - 1)^{\ln(n)}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{n+1} - \cos(\frac{1}{n+1}))$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^n}{n^{n+2}}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos(\frac{1}{n}))n^2$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{4}{n^\alpha}-1}-1}{\alpha \sqrt[n]{n+4} \sqrt[n]{n+n^\alpha}}$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{n+1} x^n$$

Part VI

## Esercitazione 24/11/2015

Studiare al variare di  $\alpha \in R$  il carattere della seguente serie

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \left[ e^{\sqrt{1+\frac{1}{n}}} - e - \frac{e}{2n} \right] \left[ \int_n^{\frac{n^6+1}{n^5+5}} \frac{t^3 \arctan(t)}{1+\arctan(t)} dt \right]$$

Risolvere le seguenti equazioni differenziali del 1° ordine

$$2) y' - 2y = x^2$$

$$3) y' = (1 - y^2) \sin^2(x)$$

Determinare la soluzione generale delle seguenti eq.ni differenziali

$$4) \sin(x)y' + \cos(x)y = e^x$$

$$5)y'(x^2 + 1) + 2xy = 2x - 1$$

$$6)2y' + 5\sqrt{x}y - 5\sqrt{x} = 0$$

Part VII

## Esercitazione 01/12/2015

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 9y = 0, & y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

$y'' - y = \frac{1}{1+e^x}$  Risolvere l'eq.ne differenziale al secondo ordine non omogenea a coefficienti costanti e dimostrare che per ogni soluzione  $y(x)$ ,  $\exists A \in \mathbb{R} :$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) - Ae^x = 0$

Disegnare il grafico del dominio e calcolare il gradiente della seguente f.ne di due variabili reali

$$f(x, y) = \log(x(y^2) - (x^2)y)$$

Determinare il gradiente della seguente funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = \arctan(\sqrt{xy})$$

Determinare per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente limite di funzioni di due variabili reali esiste finito

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{(x^2y^2)^\alpha}$$

Determinare i punti estremanti delle seguenti funzioni di due variabili reali

$$f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

$$f(x, y) = \log(1 + |xy(x^2 + y^2 - 1)|)$$

## Part VIII

### Esercitazione 15/12/2015

Determinare i punti di massimo e di minimo su insiemi compatti delle seguenti funzioni di due variabili

1)  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - x$  sul triangolo di vertici:

$$P_1(1, 0) \ P_2(0, 1) \ P_3(0, -1)$$

2)  $f(x, y) = \frac{x-y}{x^2+y^2+1}$  sul parallelogramma di vertici:

$$P_1(0, 0) \ P_2(0, 2) \ P_3(2, 4) \ P_4(2, 2) \text{ (figure 1)}$$

**Svolgere i seguenti Integrali doppi**

$$3) \int \int_D (xy + xy^2) dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

$$4) \int \int_D xy \, dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \frac{x}{3} - 1 \leq y \leq x - 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 3, \frac{x}{3} - 1 \leq y \leq \sqrt{1 - (x - 2)^2}\}$$

$$5) \int \int_D \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 2; x \geq 0; y \geq 0\}$$

$$6) \int \int_{D_1 \cup D_2} x^2 y \, dx dy \quad D_1 = [-2, 2] \times [0, 2] - \{\text{triangolo di vertici :}$$

$$P_1(-1, 0) P_2(1, 0) P_3(0, 1)\} \cup D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; y \leq 0\} \text{(figure 2)}$$

Figure 1: Insieme chiuso limitato e quindi compatto: parallelogramma

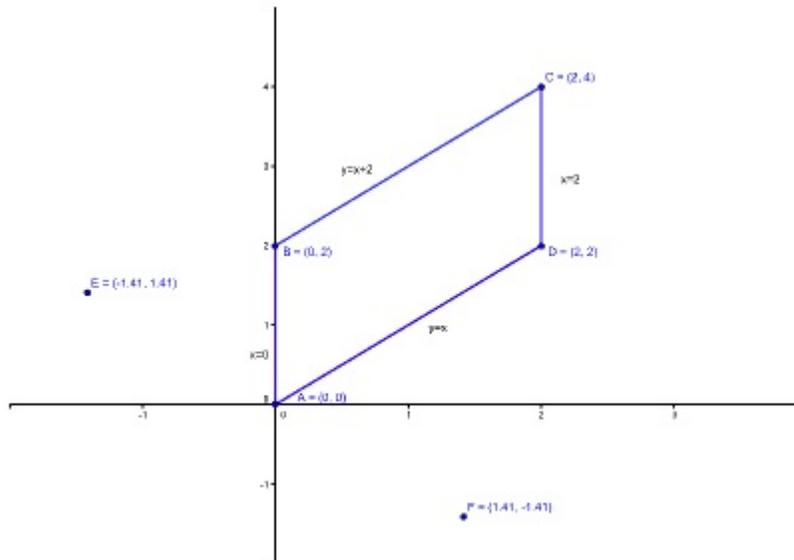


Figure 2:  $D_1 \uplus D_2$

