

E1	E2	E3	E4	E5	D1	D2	D3

.....  
COGNOME E NOME                      MATRICOLA

.....  
FIRMA

---

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale A-L  
Ingegneria Gestionale - Sapienza Università di Roma

18/01/16

---

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

---

**Esercizio 1 (5 punti)**

Data la funzione

$$f(x) = x(1 - \log x) + |x - 1|,$$

determinarne l'insieme di definizione; stabilire se  $f(x)$  è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di  $f(x)$  nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

**Esercizio 2 (4 punti)**

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sqrt{\cos x + x})x + \arctan(x^3)}{\sin^2 x}$$

.....

**Esercizio 3 (4 punti)**

Classificare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) := 4x^3 + 2xy + y^2.$$

**Esercizio 4 (4 punti)** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x' = t \cos(t^2)x + e^{\frac{1}{2} \sin(t^2)} \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

.....  
**Esercizio 5 (4 punti)**

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k + \sqrt{k}}$$

**Domanda 1 (3 punti)**

Sia  $X \subset \mathbb{R}$ :

- scrivere la definizione di punto di accumulazione di  $X$ ;
- scrivere la definizione di limite di una funzione  $f$  con dominio  $X$  e codominio  $\mathbb{R}$ .

.....

**Domanda 2 (3 punti)**

Utilizzando la teoria dell'integrazione in due variabili, dimostrare che l'area di un cerchio di raggio 2 è  $4\pi$ .

.....

**Domanda 3 (3 punti)** Dimostrare per induzione che  $n! \leq n^n$  per ogni  $n \geq 1$ .