

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

Esame del 5 dicembre 2007

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Trovare l'insieme di definizione e l'aperto di olomorfia della funzione

$$f(z) = \text{Log}(i(z - 1))$$

e dire se in tale aperto la funzione ammette primitiva.

**E 2** Risolvere il seguente problema di Cauchy, usando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 4y = -3t \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

**E 3** Studiare la regione di convergenza puntuale per la successione di funzioni

$$f_n(x, y) = \frac{1}{e^{n(y-x)} + 2}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

e individuare la funzione limite. Cercare inoltre una regione di convergenza uniforme.

**D 1**

- (i) Scrivere la formula d'inversione della trasformata di Laplace, precisando le ipotesi sotto cui vale.
- (ii) Stabilire se la funzione

$$F(z) = \frac{1}{z^2 + 5}$$

e' trasformata di Laplace di un segnale e motivare la risposta.

**D 2**

(i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Cauchy.

(ii) Data la funzione  $f(z) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z-2}\right)$ , individuare una curva  $\gamma_1$  tale che

$$\int_{\gamma_1} f(z) dz = 0$$

e una curva  $\gamma_2$  tale che

$$\int_{\gamma_2} f(z) dz \neq 0.$$