

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale

Esame del 9 aprile 2005

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare

$$\int_{\gamma} \left(\operatorname{sen} \frac{1}{z} + \frac{1}{(z-i)^2} \right) dz$$

dove γ é la curva bordo del rettangolo definito da $\{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| \leq \frac{1}{2}, |\operatorname{Im}(z)| \leq \frac{3}{2}\}$

E 2 Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la seguente convoluzione:

$$\operatorname{sen} t * t^2$$

E 3 Scrivere lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2i)(z+i)}$$

attorno al punto $z = -i$ specificando il raggio dell'intorno in cui vale .

D 1

- (i) Definizione di funzione analitica. Provare che una funzione analitica in un aperto A é sempre olomorfa in A .
- (ii) Qualé l'unica funzione analitica in \mathbb{C} che prolunga la funzione definita da

$$f(x) = x \operatorname{sen} h x, \quad x \in \mathbb{R}$$

e perché ?

D 2

- (i) Scrivere la diseuguaglianza di Bessel, indicando le ipotesi in cui essa vale.

- (ii) Data la funzione periodica di periodo 2π definita da $f(t) = \frac{1}{|t|^{\frac{1}{4}} |e^t - 1|^{\frac{1}{8}}}$

per $-\pi \leq t < 0$ e per $0 < t < \pi$ e $f(0) = 1$, dire se per essa vale la diseuguaglianza di Bessel.