

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Laurea in Ingegneria Automatica**  
**Laurea specialistica in Ingegneria Gestionale**

**Esame del 9 aprile 2005**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare

$$\int_{\gamma} \left( e^{1/(z-i)} + \frac{1}{z^2} \right) dz$$

dove  $\gamma$  é la curva bordo del quadrato definito da  $\{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| \leq 2, |\operatorname{Im}(z)| \leq 2\}$

**E 2** Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la seguente convoluzione:

$$\cos t * \sin t$$

**E 3** Scrivere lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-i)(z+i)}$$

attorno al punto  $z = i$  specificando il raggio dell'intorno in cui vale .

**D 1** Definizione di funzione analitica. Provare che una funzione analitica in un aperto  $A$  é sempre olomorfa in  $A$  .

(ii) Perché l'unica funzione analitica in  $\mathbb{C}$  che prolunga la funzione definita da

$$f(x) = \sin x e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

é la funzione  $f(z) = \sin z e^z$ ,  $z \in \mathbb{C}$ ?

**D 2**

(i) Scrivere la disuguaglianza di Bessel, indicando le ipotesi in cui essa vale.

(ii) Data la funzione periodica di periodo  $2\pi$  definita da  $f(t) = \frac{1}{|t|^{\frac{1}{4}} |\sin(t)|^{\frac{1}{8}}}$

per  $-\pi < t < 0$  e per  $0 < t < \pi$  e  $f(0) = 1$ ,  $f(\pi) = 1$ ,  $f(-\pi) = 1$ , dire se per essa vale la disuguaglianza di Bessel.