

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Esame del 08-09-08

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 La funzione, periodica di periodo 2π , definita in $(-\pi, \pi]$ da $f(x) = |x|$, ha il seguente sviluppo in serie di Fourier:

$$|x| = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left(\cos x + \frac{1}{3^2} \cos 3x + \frac{1}{5^2} \cos 5x + \dots \right)$$

Scrivere l'identità di Parseval (motivandone la validità) e dedurre che

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$$

E 2 Scrivere la formula per la trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione e usarla per calcolare

$$(sent)_+ * (e^{\pi t})_+$$

(ricordare che $(f(t))_+ = f(t)H(t)$ con $H(t)$ gradino unitario).

E 3 Determinare il raggio di convergenza della seguente serie in campo complesso

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{in}}{n!} (z-2)^n,$$

studiarne convergenza assoluta, puntuale e totale e calcolarne la somma.

D 1

(i) Provare che l'insieme degli zeri di una funzione analitica non identicamente nulla, se non é vuoto, é costituito interamente da punti isolati.

(ii) Dedurre che vale l'identitá

$$\operatorname{sen}2z - 2\operatorname{senz}\operatorname{cos}z = 0 \quad \forall z \in C$$

D 2

- (i) Dare la definizione di aperto semplicemente connesso.
- (ii) Trovare un aperto del piano complesso in cui la funzione $f(z) = \operatorname{senh}\left(\frac{1}{z}\right) + z^2 - 3$ ammetta primitiva.