ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica
Laurea in Ingegneria Automatica
Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Esame del 08-09-08

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ______________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 La funzione, periodica di periodo 2π, definita in $(-\pi, \pi]$ da $f(x) = x$, ha il seguente sviluppo in serie di Fourier:

$$x = 2(sen x - \frac{1}{2} sen 2x + \frac{1}{3} sen 3x + ...)$$

Scrivere l'identitá di Parseval (motivandone la validitá) e dedurne che

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

E 2 Scrivere la formula per la trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione e usarla per calcolare

$$(cost)_+ * (e^{\sqrt{2}\,t})_+$$

(ricordare che $(f(t))_+ = f(t)H(t)$ con $H(t)$ gradino unitario) .

E 3 Determinare il raggio di convergenza della seguente serie in campo complesso

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{i(n+1)}}{(n+1)!}(z-3)^{(n+1)},$$

studiarne convergenza assoluta, puntuale e totale e calcolarne la somma.

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ________________ 2.4

D 1

(i) Provare che l'insieme degli zeri di una funzione analitica non identicamente nulla, se non é vuoto, é costituito interamente da punti isolati.

(ii) Dedurne che vale l' identitá

$$cos(z_1 + z_2) = cosz_1cosz_2 - senz_1senz_2 = 0 \qquad \forall z \in C$$

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** _______________ 2.5

D 2

(i) Dare la definizione di aperto semplicemente connesso.

(ii) Trovare un aperto del piano complesso in cui la funzione $f(z) = e^{\frac{1}{z}} + z + 1$ ammetta primitiva.